

# شناسایی سیستم‌های مرتبه کسری با استفاده از الگوریتم بهینه سازی مبتنی بر یادگیری-تدریس

امین هدایت نژاد<sup>۱</sup>، جعفر زارعی<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> کارشناسی ارشد مهندسی ابزار دقیق و اتوماسیون در صنایع نفت، دانشگاه شیراز، a.hedayatnejad@vu.shirazu.ac.ir

<sup>۲</sup> استادیار گروه کنترل، دانشگاه صنعتی شیراز، zarei@sutech.ac.ir

چکیده - دانش درباره پارامترها و مرتبه سیستم جهت همزمان سازی و کنترل سیستم‌های آشوب مرتبه کسری بسیار مهم می‌باشد. از این رو در این تحقیق شناسایی پارامترها و مرتبه سیستم آشوب مرتبه کسری به یک مساله بهینه سازی تبدیل می‌شود. در این مقاله استفاده از الگوریتم بهینه سازی مبتنی بر یادگیری -تدریس (TLBO)، که دارای سرعت و دقت بالایی است برای حل این مساله پیشنهاد شده است. در تحقیقات قبلی برای حل معادلات مرتبه کسری از روش Adams-Bashforth-Moulton استفاده شده است. با توجه به این که این روش بسیار پیچیده و دارای راه حل طولانی است، باعث می‌شود شناسایی پارامترها و مرتبه مشتق معادلات مرتبه کسری پیچیده و طولانی شود. بنابراین، در این تحقیق از الگوریتم عددی جایگزینی استفاده شده است که روند حل معادلات مرتبه کسری را ساده تر و حجم محاسبات را کمتر می‌کند. برای نشان دادن برتری این روش نسبت به روش‌های پیشین که برای شناسایی پارامترها و مرتبه کسری دو سیستم Lornez و chen استفاده شده است، نتایج شبیه سازی را با الگوریتم‌های PSO، APSO و IPSO مقایسه خواهیم کرد و نشان داده می‌شود این الگوریتم از سرعت و دقت بیشتری نسبت به سایر الگوریتم‌های ابتکاری برخوردار است.

**کلید واژه- شناسایی بهینه، سیستم‌های مرتبه کسری، بهینه سازی، الگوریتم بهینه سازی مبتنی بر یادگیری-تدریس.**

## ۱-مقدمه

پارامترها نقش مهمی در سیستم‌های آشوب و همزمان سازی این گونه سیستم‌ها ایفا می‌کند. در دهه اخیر شناسایی سیستم‌های آشوب مرتبه صحیح بسیار مورد توجه قرار گرفته است [1-6]. تحقیقاتی که در این موضوع انجام شده است شامل دو بخش است؛ یک بخش روش‌های بهینه سازی [1-3] و بخش دوم روش‌های همزمان سازی است [4-6]. اما تحقیق در زمینه شناسایی پارامترهای سیستم آشوب مرتبه کسری به ندرت انجام شده است.

به‌طور کلی در حوزه توصیف مدل سیستم‌های آشوب، معادلات دیفرانسیل مرتبه کسری، قابلیت توصیف بهتر و دقیق تر سیستم‌های واقعی را در اختیار محققان قرار می‌دهد. با توجه به رشد روز افزون کاربرد اپراتورهای مرتبه کسری و اهمیت آنها در مدل سازی سیستم‌های فیزیکی، شیمیایی، پدیده های بیولوژیکی، مکانیک ذرات و ...، مطالعه رفتارهای معادلات دیفرانسیل مرتبه کسری، امری ضروری به نظر می‌رسد. محاسبات مرتبه کسری، در مورد مدل سازی سیستم‌هایی که رفتار میکروسکوپی اجزاء آن، بر رفتار ماکروسکوپی سیستم تاثیر گذار است، کاربرد دارد. با

توجه به دینامیک پیچیده‌ای که سیستم‌های مرتبه کسری نسبت به مرتبه صحیح دارند، شناسایی پارامترها و مرتبه مشتق معادلات برای همزمان سازی یک سیستم مرتبه کسری ضروری می‌باشد. در تحقیقی که قبلاً در این زمینه صورت گرفته است از الگوریتم PSO جهت شناسایی پارامترها و مرتبه مشتق معادلات استفاده شده است [7]. الگوریتم PSO دارای یک سری معایب می‌باشد که بطور کلی این معایب شامل موارد زیر است:

(۱) گاهی در مینیمم محلی قرار می‌گیرد.

(۲) سرعت همگرایی در تکرارهای آخر ارزیابی الگوریتم

کاهش می‌یابد.

(۳) هنگامی که به راه حل بهینه نزدیک می‌شود، الگوریتم

بهینه سازی متوقف شده و دقت الگوریتم پایین می‌آید.

علاوه بر موارد فوق بسیاری از روش‌های بهینه سازی نیاز به پارامترهایی در الگوریتم دارند که در نتایج آن موثر می‌باشد. مثلاً الگوریتم ژنتیک به پارامترهای جهش و همگذری نیاز دارد و الگوریتم PSO به فاکتورهای دیگری همچون وزن اینرسی و سرعت نیاز دارد. در این تحقیق از الگوریتم بهینه سازی مبتنی

بخش خلاصه می شود؛ فاز معلم و فاز دانش آموز. فاز معلم به معنی یادگیری با استفاده از معلم و فاز دانش آموز به معنی آموزش با تعامل دانش آموزان با یکدیگر است.

## ۲-۱- فاز معلم

درفاز معلم، معلم که در واقع بهترین دانش آموز کلاس است تلاش می کند با استفاده از معلومات خود، میانگین اطلاعات کلاس را افزایش دهد. بهر حال افزایش اطلاعات هر دانش آموز بستگی به توانایی های او دارد. فاز معلم با استفاده از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$X_{new,i} = X_{old,i} + R_i (M_{new} - T_f M_i) \quad (1)$$

در این رابطه  $M_i$  نمره معلم و  $M_{new}$  میانگین نمرات دانش آموزان و  $X$  نمرات هر دانش آموز است.  $R_i$  یک عدد تصادفی بین صفر و یک است.  $T_f$  فاکتور آموزش می باشد که یک عدد تصادفی است که با استفاده از رابطه زیر تعیین می شود.

$$T_f = round[1 + rand(0,1)\{2-1\}] \quad (2)$$

$X_{new,i}$  یعنی نسل جدید در صورتی پذیرفته می شود که ارزیابی آن بهتر از  $X_{old,i}$  باشد. بهترین دانش آموز کلاس نیز به عنوان معلم شناخته می شود.

## ۲-۲- فاز دانش آموز

در این فاز دانش آموزان با اشتراک گذاری اطلاعات بین یکدیگر سطح اطلاعات و ارزیابی خود را افزایش می دهند. برای تعامل و بالا بردن اطلاعات دانش آموزان، دو دانش آموز به صورت تصادفی انتخاب می شوند و اطلاعات خود را با استفاده از رابطه زیر افزایش می دهند. روابط فاز دانش آموز به صورت زیر می باشد:

For  $i = 1 : P_n$   
Randomly select two learners  $X_i$  and  $X_j$ , where  
 $i \neq j$   
If  $f(X_i) < f(X_j)$   
 $X_{new,i} = X_{old,i} + r_i (X_j - X_i)$   
End If  
End For  
Accept  $X_{new}$  if it gives a better function value.

در این روابط  $P_n$  اندازه جمعیت را مشخص می کند.  $r_i$  یک عدد تصادفی بین صفر و یک است. و  $X_{new,i}$  در صورتی پذیرفته می شود که ارزیابی آن بهتر از  $X_{old,i}$  باشد.

بر یادگیری-تدریس (TLBO) جهت شناسایی پارامترهای سیستم استفاده می کنیم که علاوه بر اینکه معایب الگوریتم های قبلی را ندارد، دارای سرعت و دقت بیشتری است [8]. الگوریتم TLBO یک روش بهینه سازی است که از اثر آموزش معلم بر دانش آموزان و نمره آنها الهام می گیرد. در الگوریتم TLBO همانند الگوریتم PSO از بهترین راه حل در یک تکرار برای تغییر در راه حل های جمعیت استفاده می شود و از میانگین پارامترهای جمعیت، جهت بروز رسانی جواب ها استفاده می شود. بنابراین سرعت همگرایی افزایش می یابد.

جهت شناسایی پارامترهای سیستم می بایست ابتدا از الگوریتم های عددی برای حل معادلات دیفرانسیل مرتبه کسری استفاده کرد. در تحقیقات قبلی برای حل این معادلات از روش الگوریتم عددی Adams-Bashforth-Moulton استفاده شده است [7]. با توجه به این که این روش بسیار پیچیده و دارای راه حل طولانی است، باعث می شود پروسه شناسایی پارامترها و مرتبه مشتق معادلات مرتبه کسری پیچیده و طولانی شود. بنابراین، در این تحقیق از الگوریتم عددی جایگزینی استفاده شده است که روند حل معادلات مرتبه کسری را ساده تر و حجم محاسبات را کمتر می کند [9]. در این تحقیق، شناسایی پارامترها و مرتبه مشتق معادلات دو سیستم آشوب مرتبه کسری Lorenz و Chen، با استفاده از الگوریتم بهینه سازی TLBO و روش جایگزین برای حل معادلات مرتبه کسری مورد بررسی قرار خواهد گرفت و نتایج شبیه سازی آن با الگوریتم های PSO، APSO و IPSO مقایسه می شود.

## ۲- الگوریتم بهینه سازی مبتنی بر یادگیری-تدریس (TLBO)

در این بخش محتوای اصلی الگوریتم TLBO پایه به طور مختصر شرح داده می شود.

الگوریتم TLBO یک روش ابتکاری جدید است که اولین بار توسط Rao، معرفی شده است [8]. این روش جدید شامل دو فاز است. فاز اول معلم که شامل اطلاعات فردی در کلاس است که اطلاعات بیشتری دارد و برای افزایش سطح اطلاعات سایر دانش آموزان اطلاعات خود را در اختیار سایرین قرار می دهد. این شخص به عنوان معلم شناخته می شود. هر چقدر سطح اطلاعات معلم بالاتر باشد، دانش آموزان نیز بازدهی و نمرات قابل قبول تری را کسب خواهند کرد. در فاز دوم، دانش آموزان می توانند با اشتراک گذاری و تعامل با یکدیگر سطح اطلاعات و نمره میانگین کلاس را بالا ببرند. تمام این فرآیند در الگوریتم TLBO در دو

### ۳- روش جایگزین برای حل معادلات سیستم‌های آشوب مرتبه کسری

برای اینکه بتوانیم پارامترهای یک سیستم مرتبه کسری را شناسایی کنیم ابتدا می‌بایست معادلات مرتبه کسری آن را حل کنیم. در روش‌های پیشین برای حل معادلات مرتبه کسری از روش Adams-Bashforth-Moulton استفاده شده است. بدلیل اینکه این روش بسیار پیچیده و دارای راه حل طولانی است باعث می‌شود روند شناسایی پارامترها کند و دقت کمی داشته باشد. در این تحقیق برای حل معادلات مرتبه کسری از یک روش ساده‌تر و با حجم محاسبات کمتر استفاده خواهیم کرد [9]. در نهایت برای نشان دادن برتری این روش، نتایج شبیه سازی را مورد بررسی قرار داده و با روش‌های پیشین مقایسه می‌کنیم. در ادامه به اختصار روش جدید را معرفی می‌کنیم: در صورتی که یک معادله مرتبه کسری به صورت رابطه (۳) داشته باشیم.

$$D_t^q y(t) = f(y(t), t) \quad (3)$$

که در این رابطه  $q$  مرتبه مشتق می‌باشد. با استفاده از روش جایگزین، حل معادله مرتبه کسری، حاصل  $y(t)$  به صورت رابطه (۴) است.

$$y(t_k) = f(y(t_k), t_k) h^q - \sum_{j=0}^k c_j^{(q)} y(t_{k-j}) \quad (4)$$

که در این رابطه  $k=1,2,3,..N$  و مقدار  $N$  و نیز ضریب  $c_j^{(q)}$ ، با استفاده از روابط (۵) و (۶) بدست می‌آید.

$$N = \frac{T_{sim}}{h} \quad (5)$$

$$c_j^{(q)} = \left(1 - \frac{1+q}{j}\right) c_{j-1}^{(q)}, \quad c_0^{(q)} = 1 \quad (6)$$

### ۴- معرفی سیستم مرتبه کسری

معادلات سیستم‌های آشوب مرتبه کسری که در این تحقیق مورد بررسی قرار می‌گیرند به صورت رابطه (۷) و (۸) می‌باشد. معادله (۷) مربوط به سیستم Lorenz و معادله (۸) مربوط به سیستم Chen می‌باشد.

$$\begin{aligned} \frac{d^{q_1} x}{dt^{q_1}} &= -\sigma(x-y), \quad \frac{d^{q_2} y}{dt^{q_2}} = -xz + px - y, \\ \frac{d^{q_3} z}{dt^{q_3}} &= xy - bz, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^{a_1} x}{dt^{a_1}} &= \alpha(y-x), \quad \frac{d^{a_2} y}{dt^{a_2}} = (c-a)x - xz + cy, \\ \frac{d^{a_3} z}{dt^{a_3}} &= xy - bz. \end{aligned} \quad (8)$$

در این دو رابطه  $q$  و  $\alpha$  مرتبه مشتق معادلات مرتبه کسری است. با توجه به پیچیدگی‌هایی که معادلات سیستم‌های آشوب مرتبه کسری دارند، جهت شناسایی پارامترهای آن ابتدا از الگوریتم‌های عددی برای حل معادلات دیفرانسیل مرتبه کسری استفاده خواهیم کرد و با استفاده از الگوریتم بهینه سازی پارامترهای سیستم را شناسایی می‌کنیم.

### ۵- تابع هدف

تابع هدفی که برای حل این مساله بکار گرفته می‌شود به صورت رابطه زیر می‌باشد:

$$F = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \|X_k - \hat{X}_k\| + \|Y_k - \hat{Y}_k\| + \|Z_k - \hat{Z}_k\| \quad (9)$$

که در این رابطه پارامترهای  $x$ ،  $y$  و  $z$  باید به گونه‌ای تخمین زده شوند که تابع هدف مینیمم شود.

### ۶- شبیه سازی

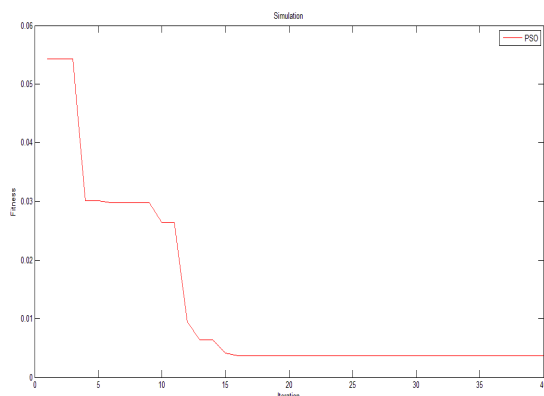
در بخش شبیه سازی ابتدا دو سیستم آشوب مرتبه کسری که در بخش ۴ مقاله معرفی شدند را با استفاده از روش حل عددی Adams-Bashforth-Moulton که برای معادلات مرتبه کسری در تحقیقات گذشته بکار گرفته شده است شبیه سازی کرده و پارامترهای هر دو سیستم را با استفاده از الگوریتم‌های معرفی شده شناسایی خواهیم کرد. سپس برای نشان دادن الگوریتم بهتر نتایج شبیه سازی را با یکدیگر مقایسه می‌کنیم.

در بخش دوم شبیه سازی از روش جایگزین برای حل معادلات مرتبه کسری سیستم‌های آشوب استفاده خواهیم کرد. ابتدا هر دو سیستم را با استفاده از این روش شبیه سازی کرده و در نهایت پارامترهای این دو سیستم را نیز با استفاده از الگوریتم-های معرفی شده شناسایی و نتایج را با روش‌های قبل مقایسه خواهیم کرد.

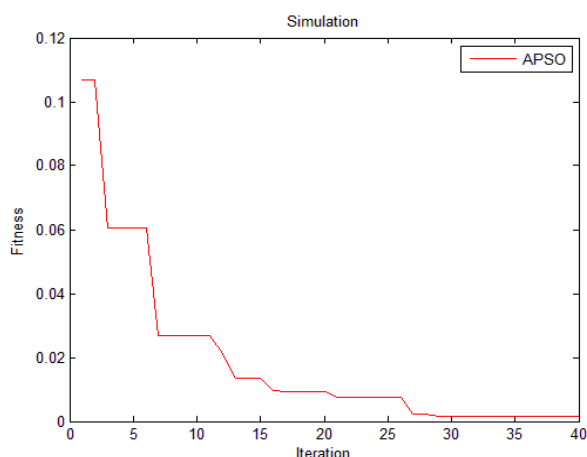
### ۶-۱- شناسایی پارامترهای سیستم آشوب مرتبه کسری با استفاده از روش-Adams-Bashforth-Moulton

در این بخش ابتدا دو سیستم آشوب مرتبه کسری Lorenz و Chen را با استفاده از روش Adams-Bashforth-Moulton، شبیه سازی کرده و سپس پارامترهای هر دو سیستم را با استفاده از الگوریتم PSO و نسخه‌های بهبود یافته آن و الگوریتم TLBO

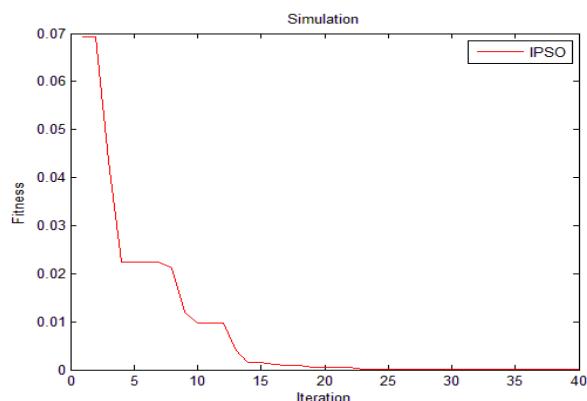
بررسی و مقایسه خواهیم کرد. برای شبیه سازی سیستم‌های آشوب Lorenz و Chen مرتبه کسری، با استفاده از روش Adams-Bashforth-Moulton، نیاز به پارامترها و شرایط اولیه متغیرها می‌باشد. مقادیر و شرایط اولیه هر دو سیستم در جدول ۱ و ۲ مشخص شده است.



شکل ۱: شناسایی پارامترها و مرتبه کسری سیستم آشوب Lorenz با استفاده از الگوریتم PSO



شکل ۲: شناسایی پارامترها و مرتبه کسری سیستم آشوب Lorenz با استفاده از الگوریتم APSO



شکل ۳: شناسایی پارامترها و مرتبه کسری سیستم آشوب Lorenz با استفاده از الگوریتم IPSO

جدول ۱: مقادیر اولیه متغیرها و پارامترهای سیستم Lorenz مرتبه کسری

متغیر	مقدار	متغیر	مقدار	متغیر	مقدار
$q_1$	1	$\rho$	28	x(1)	5
$q_2$	1	b	8/3	y(1)	8
$q_3$	0.98	h	0.038	z(1)	25
$\sigma$	10	N	500		

جدول ۲: مقادیر اولیه متغیرها و پارامترهای سیستم Chen مرتبه کسری

متغیر	مقدار	متغیر	مقدار	متغیر	مقدار
$q_1$	1	b	3	x(1)	2
$q_2$	1	c	28	y(1)	1
$q_3$	0.98	h	0.01	z(1)	3
a	35	N	500		

در شبیه سازی انجام شده برای شناسایی دو سیستم Lorenz و Chen پارامترهایی که شناسایی شده‌اند و محدوده آن مطابق جدول ۳ و ۴ است.

جدول ۳: محدوده پارامترهای سیستم Lorenz

پارامتر	مینیمم	ماکزیمم
$q_1$	0.9	1.1
$\rho$	20	30
b	2	3

جدول ۴: محدوده پارامترهای سیستم Chen

پارامتر	مینیمم	ماکزیمم
A	32	38
B	0	5
$q_3$	0.9	1.1

اندازه جمعیت در تمامی الگوریتم‌ها برابر ۴۰ و تعداد تکرار نیز برابر ۴۰ می‌باشد. در الگوریتم‌های PSO، ضرایب  $c_1$  و  $c_2$  هر دو برابر ۲ و وزن اینرسی اولیه ۰.۹ است که به صورت کاهشی در

با روش قبلی مقایسه خواهیم کرد.

جدول ۷ و ۸ به ترتیب نتایج شناسایی پارامترها و مرتبه مشتق دو سیستم آشوب مرتبه کسری Lorenz و Chen، با روش جایگزین حل معادلات مرتبه کسری و با استفاده از الگوریتم‌های بهینه سازی مختلف نشان می‌دهد. نتایج شبیه سازی نشان می‌دهد در بخش دوم شبیه سازی که از روش جایگزین برای حل معادلات مرتبه کسری استفاده شده است، همانند بخش قبل الگوریتم TLBO با دقت بیشتری توانسته است پارامترها و مرتبه مشتق معادلات مرتبه کسری را شناسایی کند که نشان می‌دهد الگوریتم TLBO نسبت به الگوریتم PSO و نسخه‌های بهبود یافته آن دارای دقت بیشتری است. مدت زمان اجرای الگوریتم در این دو جدول در مقایسه با روش Adams-Bashforth-Moulton به نصف کاهش یافته است که نشان می‌دهد روش حل جایگزین معادلات مرتبه کسری باعث کاهش حجم محاسبات و افزایش سرعت شناسایی پارامترها می‌شود.

جدول ۷: نتایج شناسایی پارامترها و مرتبه کسری سیستم آشوب Lorenz با استفاده از روش جایگزین

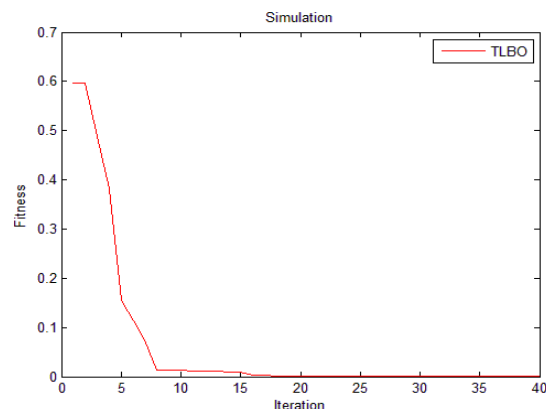
الگوریتم	$q_1$	$\rho$	b	خطا	زمان (ثانیه)
PSO	0.975884	28.0085	2.66912	0.0076913	1.5093
APSO	0.98	27.9989	2.66654	0.00033476	1.4586
IPSO	0.979992	28	2.66666	6.1091e-006	1.4431
TLBO	0.98	28	2.66667	7.4694e-007	2.5449

جدول ۸: نتایج شناسایی پارامترها و مرتبه کسری سیستم آشوب Chen با استفاده از روش جایگزین

الگوریتم	a	b	$q_3$	خطا	زمان (ثانیه)
PSO	34.9929	1.72076	0.962871	0.0046807	1.4989
APSO	35.0009	3.02785	0.980338	0.00012105	1.4859
IPSO	35.0003	3.00706	0.980087	3.0771e-005	1.6185
TLBO	35	2.99997	0.98	9.0322e-007	2.7387

## ۷- جمع بندی و نتیجه گیری

با توجه به اینکه سیستم‌های آشوب مرتبه کسری و بطور کلی معادلات دیفرانسیل مرتبه کسری، قابلیت توصیف بهتر و دقیق‌تری از سیستم‌های واقعی را در اختیار محققان قرار می‌دهد، لذا در این تحقیق شناسایی پارامترها و مرتبه مشتق دو سیستم آشوب مرتبه کسری مورد بررسی قرار گرفت. در تحقیقات قبلی برای حل معادلات مرتبه کسری از روش Adams-Bashforth-Moulton، استفاده شده است. با توجه به این که این روش بسیار پیچیده و دارای راه حل طولانی است، پروسه شناسایی پارامترها و مرتبه مشتق معادلات مرتبه کسری پیچیده و طولانی می‌شود. بنابراین، در این تحقیق از الگوریتم عددی جایگزینی استفاده شد



شکل ۴: شناسایی پارامترها و مرتبه کسری سیستم آشوب Lorenz با استفاده از الگوریتم TLBO

نتایج شبیه سازی انجام شده جهت شناسایی پارامترهای سیستم مرتبه کسری Lorenz مطابق جدول ۵ می‌باشد. همانطور که مشخص است الگوریتم TLBO با دقت بیشتری پارامترها و مرتبه مشتق معادلات سیستم را تخمین زده است. در جدول ۶ نتایج بدست آمده از شناسایی پارامترهای سیستم آشوب مرتبه کسری Chen نیز جهت بررسی بیشتر مشخص شده است.

جدول ۵: نتایج شناسایی پارامترها و مرتبه کسری سیستم آشوب Lorenz

الگوریتم	$q_1$	$\rho$	b	خطا	زمان (ثانیه)
PSO	0.980464	28.0147	2.266681	0.0036978	1.9348
APSO	0.0980146	28.0041	2.66576	0.001608	1.9719
IPSO	0.980001	28	2.66666	4.8813e-6	1.9929
TLBO	0.98	28	2.66667	9.9978e-7	3.4867

جدول ۶: نتایج شناسایی پارامترها و مرتبه کسری سیستم آشوب Chen

الگوریتم	a	b	$q_3$	خطا	زمان (ثانیه)
PSO	34.9967	2.90581	2.970242	0.0009702	2.3493
APSO	34.9947	4.36831	1.09838	0.006179	2.3442
IPSO	35.0001	3.00016	0.980057	2.8708e-5	2.4064
TLBO	35	3.00001	0.98001	2.8024e-7	4.28

## ۶-۲- شناسایی پارامترهای سیستم آشوب مرتبه کسری با استفاده از روش جایگزین حل معادلات مرتبه کسری

در این بخش ابتدا دو سیستم آشوب مرتبه کسری Lorenz و Chen را با استفاده از روش جایگزین حل معادلات مرتبه کسری که دارای محاسبات بسیار کمتری است، شبیه سازی کرده و سپس پارامترها و مرتبه معادلات هر دو سیستم آشوب را با استفاده از الگوریتم‌های PSO و نسخه‌های بهبود یافته آن و الگوریتم TLBO شناسایی کرده و نتایج حاصل از شبیه سازی را

## مراجع

- [1] Tang Y, Guan X, "Parameter estimation for time-delay chaotic system by particle swarm optimization," *Chaos Solitons Fract*, Vol. 40, No. 139, pp. 1-8, 2009.
- [2] Modares H, Alfi A, Fateh M, "Parameter identification of chaotic dynamics systems through an improved particle swarm optimization," *Expert Syst Appl*, Vol. 37, No. 37, pp. 14-20, 2010.
- [3] Tang Y, Guan X, "Parameter estimation of chaotic system with time-delay: A differential evolution approach," *Chaos Solitons Fract*, Vol. 42, No. 313, pp. 2-9, 2009.
- [4] Ma J, Zhang A, Xia Y, Zhang L. "Optimize design of adaptive synchronization controllers and parameter observers in different hyperchaotic systems," *Appl Math Comput*, Vol. 215, No. 33, pp. 18-26, 2010.
- [5] Ma J, Su W, Gao J, "Optimization of self-adaptive synchronization and parameters estimation in chaotic Hindmarsh-Rose neuron model," *Acta Phys Sin*, Vol. 59, No. 15, pp. 54-61, 2010.
- [6] Pourmahmood M, Khanmohammadi S, Alizadeh G, "Synchronization of two different uncertain chaotic systems with unknown parameters using a robust adaptive sliding mode controller," *Commun Nonlinear Sci Numer Simul*, Vol. 16, NO. 28, pp. 69-79, 2011.
- [7] Li-Guo Yuan, Qi-Gui Yang, "Parameter identification and synchronization of fractional-order chaotic systems," *Commun Nonlinear Sci Numer Simulat*, vol. 17, pp. 305-316, 2012.
- [8] R.V. Rao, V.J. Savsani, D.P. Vakharia, "Teaching-learning-based optimization: A novel method for constrained mechanical design optimization problems," *Computer-Aided Design*, Vol. 43, pp. 303-315, 2011.
- [9] Ivo Petras. *Fractional-Order Nonlinear System*. Springer Heidelberg Dordrecht London New York: 2011.

و نتایج شبیه سازی نشان داد این روش روند حل معادلات مرتبه کسری را ساده تر و حجم محاسبات را کمتر می کند و می تواند در بهبود سرعت و دقت شناسایی پارامترها بسیار تاثیر گذار باشد. الگوریتم بهینه سازی که در تحقیقات قبلی جهت شناسایی پارامترها و مرتبه مشتق معادلات مرتبه کسری بکار رفته، الگوریتم PSO و نسخه های بهبود یافته آن است. در این تحقیق از الگوریتم TLBO، جهت شناسایی پارامترها استفاده شد. نتایج شبیه سازی نشان می دهد این الگوریتم با سرعت و دقت بالاتری می تواند پارامترهای سیستم را شناسایی کند. به منظور ارزیابی روش پیشنهادی، پارامترها و مرتبه مشتق دو سیستم آشوب مرتبه کسری Lorenz و Chen با استفاده از روش جایگزین حل معادلات مرتبه کسری و الگوریتم TLBO، شناسایی شد. نتایج شبیه سازی در مقایسه با تحقیقات قبلی که از الگوریتم های PSO، APSO و IPSO، استفاده شده است، نشان می دهد روش پیشنهادی از نظر سرعت و دقت نسبت به روش های پیشین برتری دارد.