طراحی قانون کنترل تعقیب برای سیستم‌های فازی چندجمله ای زمان پیوسته

روزبه سلیمی طاری1، علی معرفیان‌پور2

دانشجوی کارشناسی ارشد، برق کنترل، دانشگاه آزاذ اسلامی واحد علوم تحقیقات، [kurosh\_st@yahoo.com](mailto:kurosh_st@yahoo.com)

عضو هیات علمی گروه برق کنترل، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات، moarefian@srbiau.ac.ir

چكيده

در اين مقاله، روش طراحی قانون کنترل تعقیب برای سیستم های فازی چندجمله ای مورد بررسی قرار می گیرد. قانون کنترل پسخور خروجی بر اساس ساختار رویتگر و کنترلگر در نظر گرفته شده است. شرایط پایداری و کارایی سیستم حلقه بسته با تضمین شاخص تعقیب نرم بی‌نهایت در قالب مجموع مربعات استخراج خواهد شد. روش ارائه شده تعمیم روش طراحی قانون کنترل تعقیب برای سیستم های فازی سوگنو است. شبیه سازی های انجام شده کارایی روش پیشنهادی را نشان می دهند.

كلمات كليدي

سیستم های فازی چندجمله ای ،قانون کنترل تعقیب، رویتگر، کنترلگر، مجموع مربعات، نرم بی نهایت

# مقدمه

مدل فازی تاکاگی-سوگنو در چند سال اخیر بعد از به‌کارگیری مدل نامساوی ماتریس خطی مورد توجه بسیار قرار گرفته است و تا کنون تحقیقات فراوانی به ویژه پیرامون به کارگیری روش نامساوی ماتریس خطی در زمینه‌های گوناگونی از کنترل بهینه و کنترل مقاوم تا کنترل غیرخطی صورت گرفته است. به طور کلی روش کنترل بر اساس مدل فازی، روشی بسیار ساده و موثر را به عنوان مکمل برای دیگر روش‌های کنترل غیر خطی ارائه می‌دهد. اگرچه روش کنترل بر اساس نامساوی ماتریس خطی برای مدل فازی تاکاگی-سوگنو روشی کارا و موثر است، اما بسیاری از مسائل طراحی به‌وسیله نامساوی ماتریس خطی قابل بیان نیستند.

در سالهای اخیر دسته دیگری از سیستم های فازی توسعه داده شده است که در مدلسازی سیستم های غیرخطی عمومیت بیشتری نسبت به سیستم های فازی تاکاگی-سوگنو دارند. این کلاس سیستم ها به سیستمهای فازی چندجمله ای مشهور هستند. تفاوت اصلی این دسته از سیستم ها با سیستمهای فازی تاکاگی سوگنو این است که زیر سیستم های خطی موجود در بخش تالی قواعد سیستم های تاکاگی-سوگنو به زیر سیستم های چندجمله ای وابسته به حالتهای سیستم تبدیل شده اند [1].

فعالیت های مختلفی در خصوص تحلیل سیستم های فازی چندجمله ای انجام شده است. از آن جمله می توان به [1] اشاره کرد. عمل پایدارسازی و تعقیب دو هدف اصلی برای مسائل کنترلی هستند که عمل تعقیب از جهاتی مشکلتر از پایدارسازی است. روشهای مختلفی برای طراحی قانون کنترل تعقیب خروجی در مراجع یافت می شود که از آنجمله می توان به طراحی رویتگر-کنترلگر اشاره کرد.

در خصوص طراحی رویتگر برای پایدارسازی سیستم های فازی چندجمله ای فعالیت هایی انجام شده است از آنجمله می توان به مرجع [2] اشاره کرد. در این مرجع رویتگر فازی چندجمله ای برای سه کلاس از سیستم های فازی چندجمله ای مورد بررسی قرار گرفته است. همانطور که ذکر شد نتایج مطالعه [2] فقط اختصاص به پایدارسازی سیستم داشته و قابل استفاده در مساله تعقیب نیستند.

در خصوص طراحی رویتگر برای سیستمهای فازی تاکی-سوگنو مطالعات مختلفی دیده می شود. بررسی این مطالعات امکان توسعه روشهای مذکور را به سیستمهای فازی چندجمله ای فراهم می کند. در مرجع [3] یک کنترلگر و رویتگر فازی برای کاهش خطای تعقیب طراحی شده است در این مقاله از معیار نرم بی‌نهایت برای طراحی بهره رویتگر استفاده شده است. در مرجع [4] مسأله کنترل تعقیب مدل مرجع برای سیستم‌های فازی زمان گسسته همراه با اغتشاش خارجی معرفی شده که برای کاهش اثر اغتشاش مانند مرجع [3] از معیار نرم بی‌نهایت استفاده شده است. در این مقاله بر اساس توابع لیاپانوف فازی، شرایط لازم برای به‌دست آوردن قانون کنترلی برای تعقیب به‌دست می‌آید.

در مرجع [5] یک روش برای طراحی قانون کنترل فازی برای سیستم‌های غیرخطی با تضمین شاخص تعقیب نرم بی‌نهایت بررسی شده است. برای کاهش خطای تعقیب یک رویتگر فازی به‌همراه یک کنترلگر فازی برای سیستم اصلی طراحی شده است. شرایط به‌دست آمده در این طراحی بر اساس نامساوی ماتریس خطی ارائه شده است.

در مرجع [6] طراحی قانون کنترل فازی برای سیستم‌های زمان گسسته غیر‌خطی همراه با تاخیر زمانی بررسی شده است. در واقع روش موجود در مرجع [6] مشابه روش ارائه شده در مرجع [5] است با این تفاوت که برای سیستم‌های زمان گسسته همراه با تاخیر زمانی بررسی شده است.

در مقاله حاضر روش ارائه شده در [5] برای طراحی قانون کنترل فازی چندجمله ای تعمیم داده شده است. شرایط ارائه شده برای تضمین پایداری و کارایی سیستم حلقه بسته در قضیه اول مشابه ولی در ادامه متفاوت از روش [5] می باشد. بعلاوه با توجه به اینکه شرایط استخراج شده برای استخراج بهره کنترلگر و رویتگر در حالت کلی غیر محدب هستند ضمن نقد روش ارائه شده در [5] و بیان نواقص آن اصلاح شده است.

در فصل دوم مقدمات ریاضی و تعریف مساله ارائه شده است. در فصل سوم قضایای لازم برای طراحی قانون کنترل و طراحی رویتگر فازی چندجمله ای ارائه شده است. در فصل چهارم با ااستفاده از شبیه سازی کارایی روش نشان داده شده است. فصل پنجم نیز به جمع بندی و نتیجه گیری از بحث اختصاص دارد.

# مقدمات و تعریف مسأله

## مقدمات ریاضی

تابع تک جمله‌ای از تابعی است که فقط دارای یک جمله از متغیر باشد. تابع تک جمله‌ای می‌تواند یک عدد، یک متغیر و یا حاصلضرب یک یا چند عدد در یک متغیر باشد و به‌صورت می‌باشد که در آن عدد هستند. تابع چند‌جمله‌ای تابعی است که حاصل جمع چند تابع تک جمله‌ای از باشد. تابع چند‌جمله‌ای مجموع مربعات است اگر چند‌جمله‌ای‌های به‌گونه‌ای وجود داشته باشند که . مجموع مربع بودن تابع به این معناست که برای  *آنگاه*

یک سیستم غیرخطی را به صورت

|  |  |
| --- | --- |
| (1) |  |

در نظر بگیریدکه در آن یک تابع غیرخطی است به گونه‌ای که . بردار حالت، بردار ورودی و اغتشاش خارجی است.

معادله (1) طبق مرجع [9] با استفاده از غیرخطی گری قطاعی می‌توان به صورت مدل فازی چندجمله ای

|  |  |
| --- | --- |
| (2) |  |

که در آن است. نشاندهنده تعداد قوانین است. تابع عضویت مربوط به امین قانون مدل و امین متغیر مقدم با مشخص می‌شود. هر یک مقدار متغیر با زمان است که می‌تواند هرکدام از حالات، متغیر قابل اندازه‌گیری خارج از سیستم و یا زمان باشد. اعتشاش خارجی است، ماتریس‌های چندجمله‌ای از هستند.بنابراین یک بردار چندجمله‌ای می‌باشد. در نتیجه مدل فازی چندجمله‌ای (2) در بخش تالی دارای یک چندجمله‌ای می‌باشد.

معادله ریاضی سیستم فازی چندجمله‌ای (2) به صورت:

|  |  |
| --- | --- |
| (3) |  |

قابل توصیف است.

## تعریف مسأله

مدل مرجع

|  |  |
| --- | --- |
| (4) |  |

را در نظر بگیرید که در آن ماتریس‌های سیستم مدل مرجع و ورودی مرجع است. توجه به این نکته لازم است که در مرجع [5] ماتریس به‌صورت واحد در نظر گرفته شده، اما در اینجا حالت کلی‌تری در نظر گرفته می شود.

شاخص تعقیبب نرم بی‌نهایت مرتبط با خطای تعقیب طبق مرجع [5] به‌صورت

|  |  |
| --- | --- |
| (5) |  |

است که در آن . ورودی مرجع، اغتشاش خارجی، نویز اندازه‌گیری هستند. در رابطه (5) زمان پایانی کنترل ، ماتریس وزن مثبت معین و میزان تضعیف است.

رابطه (5) از لحاظ عملی به این مفهوم می‌باشد که اثر ورودی بر روی خطای تعقیب باید از نقطه نظر انرژی کمتر از سطح تعیین شده باشد. بعبارتی، بهره از تا خطای باید برابر یا کمتر از میزان بهره تضعیف باشد.

برای تخمین حالت‌های سیستم (3) از رویتگر فازی چندجمله‌ای

|  |  |
| --- | --- |
| (6) |  |

استفاده می‌کنیم.

خطای تخمین به‌صورت اختلاف حالات سیستم اصلی از حالات رویتگر است.از این خطای تخمین مشتق گرفته می‌شود

|  |  |
| --- | --- |
| (7) |  |

# طراحی قانون کنترلی تعقیب

برای پایدارسازی و تعقیب سیستم کنترلی (3) قانون کنترلی به صورت

|  |  |
| --- | --- |
| (8) |  |

در نظر گرفته می‌شود. همانطور که بیان شد هدف اصلی در این مقاله کاهش خطای تعقیب است، بنابراین در قانون کنترلی (8)، ترم اختلاف بین حالات رویتگر از حالات مدل مرجع قرار داده شده تا با پایدارسازی سیستم توسط قانون کنترلی (8)، تا حد امکان به کاهش خطای تعقیب ورودی مدل مرجع توسط خروجی سیستم کمک شود. ذکر این نکته ضروری است که چون ممکن است حالات اصلی سیستم در دسترس نباشند بنابراین در قانون کنترلی (8) از حالات رویتگر استفاده شده است. قانون کنترلی (8) شبیه به قانون کنترلی ارائه شده در مرجع [5] است با این تفاوت که در (8) ضریب یک ماتریس چندجمله ای از حالات رویتگر باشد، یعنی حالت کلی‌تری را شامل می‌شود.

طبق مرجع [5] نیاز به یک سیستم افزوده شده است که در آن خطای تخمین (7) و مدل مرجع (4) توسط قانون کنترل (8) پایدار شود تا ضمن پایداری سیستم و کاهش خطای تخمین، خطای تعقیب نیز به حداقل برسد. بنابراین با جایگذاری قانون کنترلی (8) به جای و با به‌کار‌گیری خطای تخمین (7) و مدل مرجع (4) سیستم افزوده شده

|  |  |
| --- | --- |
| (9) |  |

نتیجه گرفته می‌شود که در آن

با توجه به آنکه در این مقاله ماتریس سیستم چندجمله‌ای و وابسته به حالات در نظر گرفته می‌شود بنابراین ماتریس به‌دست آمده در این مقاله با آنچه در مرجع [5] به‌دست می‌آید متفاوت است.

شاخص تعقیب نرم بی‌نهایت (9) به صورت

|  |  |
| --- | --- |
| (10) |  |

به‌دست می‌آید که در آن یک ماتریس وزن متقارن مثبت معین می‌باشد و

هدف اصلی در این مقاله تعیین کنترلگر فازی چندجمله‌ای (8) برای سیستم افزوده شده (9) با تضمین شاخص تعقیب نرم بی‌نهایت برای تمامیها می‌باشد. پس از آن میزان بهره تضعیف می‌تواند کمینه شود تا شاخص تعقیب نرم بی‌نهایت در (10) تا حد ممکن کوچک شود.

**قضیه 1**: در سیستم غیر خطی اگر جواب نامساوی ماتریسی

|  |  |
| --- | --- |
| (12) |  |

باشد، برای آنگاه شاخص تعقیب نرم بی‌نهایت (10) برای میزان بهره تضعیف تضمین شده است. در (14) ماتریس‌های می‌توانند به‌ فرم چند‌جمله‌ای باشند. به‌دلیل آنکه ماتریس‌های به‌کار رفته شده در اینجا به‌صورت چند‌جمله‌ای هستند بنابراین باید به‌صورت مجموع مربعات نوشته شوند.

**اثبات**: اثبات: برای اثبات به مرجع [5] مراجعه شود. با این تفاوت که ماتریس‌های به‌کار رفته شده در این مقاله به‌صورت چند‌جمله‌ای هستند.

■

برای سهولت در طراحی، فرض می‌کنیم:

|  |  |
| --- | --- |
| (13) |  |

با جایگذاری (13) در (12) می توان نشان داد

|  |  |
| --- | --- |
| (14) |  |

که در آن

با در نظر گرفتن داریم

|  |  |
| --- | --- |
| (15) |  |

که در آن

باید توجه داشت که رابطه (15)، مجموع مربعات نیست چون به‌صورت غیر محدب ظاهر شده است. در رابطه (15)، پنج مجهول وجود دارد که این پارامترها از رابطه (15) به‌تنهایی قابل محاسبه نیستند. در مرجع [5] برای رفع این مشکل و حل رابطه نامساوی ماتریس خطی به این صورت عمل کرده که شرط لازم برای برقراری رابطه (15) اینست که . بنابراین

|  |  |
| --- | --- |
| (16) |  |

سپس با استفاده از رابطه (16) پارامترهای را محاسبه کرده و با جایگذاری این پارامترها در رابطه (15)، رابطه بدست آمده به یک نامساوی ماتریس خطی استاندارد تبدیل شده و می‌توان پارامترهای را از آن به‌دست آورد. در نتیجه ضرایب رویتگر و کنترلگر محاسبه می‌شوند.

**نکته**: روش ارائه شده در مرجع [5] دارای یک ایراد است و آن اینکه ضرایب کنترلگر فقط از حل رابطه (16) بدست می آیند. از رابطه (16) روشن است که ضرایب بدست آمده برای کنترلگر مستقل از مشخصات تعریف شده برای مدل مرجع است. برای رفع این مشکل در مقاله حاضر اینگونه عمل شده که در صورتیکه ماتریس متغیر تصمیم گیری در نظر گرفته نشود رابطه (15) یک مجموع مربعات است و قابل حل خواهد بود. بنابراین را بعنوان درجه آزادی و پارامترهای در اختیار طراحی تعبیر کرده و به صورت دستی انتخاب می شود.

# شبیه سازی

## مثال شبیه‌سازی 1

سیستم غیر‌خطی را که در مرجع [5] به آن اشاره شده در نظر بگیرید

|  |  |
| --- | --- |
| (17) |  |

می‌توان با استفاده از روش غیر‌خطی‌گری قطاعی[[1]](#endnote-1) یک مدل فازی چندجمله‌ای با دو قاعده بدست آورد به گونه ای که به طور دقیق سیستم را توصیف کند. ماتریس های سیستم فازی چندجمله ای بدست آمده به صورت زیر خواند بود.

با انتخاب مدل مرجع به‌صورت

با استفاده از جعبه ابزار یالمیپ[[2]](#endnote-2)[[3]](#endnote-3) در متلب، پارامترهای مسئله را به‌دست می‌آیند

در شکل (1) رفتار سیستم حلقه بسته را در تعقیب ورودی مرجع پله می توان مشاهده کرد. همانطور که در شکل (1) دیده می شود، به مدل مرجع، ورودی پالس داده شده و خروجی سیستم به‌خوبی این ورودی را تعقیب می‌کند. شکل (2) و شکل (3) تخمین هریک از حالات توسط رویتگر را نشان می‌دهد. ملاحضه می‌شود که عمل رویت به ‌خوبی انجام شده و با اینکه در شبیه سازی شرایط اولیه سیستم اصلی و رویتگر متفاوت انتخاب شده اند اما بعد از گذشت زمان کوتاهی خطای تخمین حالت از بین رفته است. شکل (4) سیگنال کنترلی که برای کاهش خطای تعقیب به سیستم اعمال می‌شود را نشان می‌دهد.

tr1.emf

شکل (1) تعقیب ورودی مرجع توسط خروجی سیستم

ob1.emf

شکل (2) تخمین حالت

ob7.emfشکل (3) تخمین حالت

con1.emfشکل (4) سیگنال کنترلی

## مثال شبیه‌سازی2

سیستم آشوبناک لورنز را که در مرجع [10] آمده در نظر بگیرید

|  |  |
| --- | --- |
| (18) |  |

برای سیستم فوق می توان یک مدل فازی TS با دوقاعده به صورت زیر تعریف کرد

مدل مرجع رانیز به‌صورت زیر در نظر می‌گیریم

سپس با استفاده از جعبه ابزار یالمیپ در متلب، پارامترهای مسئله را به‌دست می‌آوریم

tr2.emf

شکل (5) تعقیب ورودی پالس مدل مرجع توسط خروجی سیستم

ob5.emf

شکل (6) تخمین حالت

ob4.emf

شکل (7) تخمین حالت

ob3.emf

شکل (8) تخمین حالت

con2.emf

شکل (9) سیگنال کنترلی

همانطور که ملاحظه می‌کنید درشکل (5) خروجی سیستم اصلی به خوبی ورودی پالس مدل مرجع را تعقیب می‌کند. شکل (6)، شکل (7) و شکل (8) به ترتیب تخمین حالات را توسط رویتگر فازی نشان می‌دهد. برای نشان دادن کیفیت تخمین، شرایط اولیه سیستم لورنز و شرایط اولیه رویتگر انتخاب شده است. با توجه به نتایج شبیه سازی می توان دید که از همان لحظه های اولیه، عمل تخمین با دقت بالایی انجام می‌شود. شکل (9) سیگنال کنترلی اعمال شده به سیستم را نشان می‌دهد.

# نتیجه‌گیری

در این مقاله برای سیستم های فازی چندجمله ای پیوسته قانون کنترلی تعقیب طراحی شد. طراحی قانون کنترل تعقیب بر مبنای طراحی رویتگر فازی چندجمله ای و مدل مرجع انجام شد. شرایط ارائه شده برای تضمین پایداری و کارایی سیستم حلقه بسته بر مبنای معیار کارایی نرم بینهایت و در قالب مجموع مربعات ارائه شد. همانطور که در بخش نتایج شبیه‌سازی قابل مشاهده است این رویتگر فازی چند‌جمله‌ای توانایی تخمین خوبی را برای حالات سیستم از خود نشان می‌دهد. همچنین تعقیب ورودی مرجع توسط خروجی سیستم که ناشی از اعمال قانون کنترلی طراحی شده بر سیستم است با دقت خوبی صورت می‌گیرد. به ‌دلیل فرمولاسیون طراحی بر اساس سیستم‌های فازی چند‌جمله‌ای، روش مورد بحث در این مقاله را می‌توان برای طیف گسترده‌تری از سیستم‌های غیر خطی به‌کار برد.

منابع

K. Tanaka, H. Yoshida, H. Ohtake, and H. O. Wang, "A Sum-of-Squares Approach to Modeling and Control of Nonlinear Dynamical Systems With Polynomial Fuzzy Systems," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems,* vol. 17, pp. 911-922, 2009.

K. Tanaka, H. Ohtake, T. Seo, M. Tanaka, and H. O. Wang, "Polynomial Fuzzy Observer Designs: A Sum-of-Squares Approach," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics,* vol. 42, pp. 1330-1342, 2012.

C. Guang-hui and W. Jie-chang, "Robust Tracking Control Design for Nonlinear Systems via Fuzzy Observer,"*2012 Fifth International Symposium* *on*, *Computational Intelligence and Design (ISCID)* pp. 366-369, 2012

S. Liu, J. Shen, X. Zhou, and L. Pan, "Robust tracking controller design for discrete-time affine fuzzy system using fuzzy Lyapunov method," in *Control Conference (CCC), 2015 34th Chinese*, pp. 3607-3612, 2015

T. Chung-Shi, B.-S. Chen, and U. Huey-Jian, "Fuzzy tracking control design for nonlinear dynamic systems via T-S fuzzy model," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems,* vol. 9, pp. 381-392, 2001.

C.-W. Park, C.-H. Lee, and M. Park, "Design of an adaptive fuzzy model based controller for chaotic dynamics in Lorenz systems with uncertainty," *Information Sciences,* vol. 147, pp. 245-266, 2002

C. Li, J. C. Sprott, and W. Thio, "Linearization of the Lorenz system," *Physics Letters A,* vol. 379, pp. 888-893, 2015

J. Wang, G.-D. Qiao, and B. Deng, "Observer-based robust adaptive variable universe fuzzy control for chaotic system," *Chaos, Solitons & Fractals,* vol. 23, pp. 1013-1032, 2004

1. K. Tanaka, and Hua O. Wang. Fuzzy control systems design and analysis: a linear matrix inequality approach. John Wiley & Sons, 2004.

X. Huang, Z. Wang, Y. Li, and J. Lu, "Design of fuzzy state feedback controller for robust stabilization of uncertain fractional-order chaotic systems," *Journal of the Franklin Institute,* vol. 351, pp. 5480-5493, 2014

1. Sector Nonlinearity [↑](#endnote-ref-1)
2. Yalmip [↑](#endnote-ref-2)
3. [↑](#endnote-ref-3)