

# کنترل زمان محدود حرکت گروهی عامل‌های جمعی با وجود رهبر

سید اسماعیل میرعبداللهی<sup>۱</sup> و محمد حائری<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات تهران، mirabdollahi@gmail.com  
<sup>۲</sup> استاد دانشکده برق، دانشگاه صنعتی شریف، haeri@sina.sharif.edu

چکیده - در این مقاله حرکت گروهی زمان محدود سیستم‌های جمعی مورد بررسی قرار می‌گیرد. با ارائه یک سیگنال کنترل جدید نشان می‌دهیم سرعت و موقعیت عامل‌ها با دینامیک انتگرال‌گیر دوگانه در زمان محدود به یکدیگر و به سرعت و موقعیت رهبر همگرا می‌شوند. فرض شده است که گراف ارتباط بین عامل‌ها متصل است و حداقل یک عامل از موقعیت و سرعت رهبر مطلع است. ثابت می‌شود عامل‌ها تحت این سیگنال کنترل به یکدیگر برخورد نمی‌کنند و نیز گراف ارتباط متصل باقی خواهد ماند.

کلید واژه - حرکت گروهی، عامل‌های جمعی، کنترل زمان محدود.

## ۱- مقدمه

مقالات مختلف حرکت گروهی، همگرایی مجانبی به اثبات رسیده است. با توجه به مزایای روش‌های کنترل زمان محدود (finite-time control) مانند پاسخ گذرای سریع‌تر، دقت بالاتر، همگرایی سریع‌تر و حذف اغتشاش بهتر [10-12] اخیراً محققان به کنترل زمان محدود گرایش بیشتری پیدا کرده‌اند. این گرایش در سیستم‌های کنترل جمعی هم وجود داشته به طوریکه Guan و همکارانش در [13] اجماع زمان محدود سیستم‌های مرتبه ۲ را ارائه داده‌اند. در [14] اجماع زمان محدود سیستم‌های جمعی با دینامیک غیرخطی بررسی شده است همین‌طور الگوریتمی برای اجماع زمان محدود وسایط نقلیه بدون سرنشین (AUV) و حرکت بدون برخورد آنها در [15] ارائه شده است.

حرکت گروهی عامل‌ها در دو حالت بدون رهبر و با رهبر بررسی می‌شود. در حالت با رهبر، الگوریتم ارائه شده بایستی به گونه‌ای باشد که موقعیت و سرعت عامل‌ها به موقعیت و سرعت رهبر همگرا شوند. در این مقاله حرکت گروهی زمان محدود عامل‌ها با دینامیک انتگرال‌گیر دوگانه مورد بررسی قرار می‌گیرد که در حد بررسی‌های نویسندگان مقاله تاکنون به آن پرداخته نشده است. در این مقاله فرض شده است که شبکه ارتباطی بین عامل‌ها متصل (connected) بوده و حداقل یکی از عامل‌ها از موقعیت و سرعت رهبر مطلع است. الگوریتم ارائه شده در این مقاله تضمین می‌کند که سرعت عامل‌ها در زمان محدود به سرعت رهبر همگرا می‌شود و نشان داده می‌شود در حین حرکت در عین اینکه اتصال شبکه ارتباطی پابرجا باقی می‌ماند (connectivity preserving)، عامل‌ها به یکدیگر برخورد نمی‌کنند.

در ادامه در بخش ۲ مقدمات ریاضی بیان می‌شود. در بخش ۳

با شروع قرن ۲۱ توجه ویژه‌ای به سیستم‌های کنترل جمعی (multi-agent systems) شد [1]. سیستم کنترل جمعی به سیستمی گفته می‌شود که از چند زیرسیستم یکسان یا غیر یکسان که آنرا عامل (agent) نامند تشکیل شده است. سیگنال کنترل از تبادل اطلاعات بین زیرسیستم‌ها ساخته می‌شود و معمولاً هیچ کنترل خارجی وجود ندارد. در این نوع سیستم‌ها به دلیل زیاد بودن عامل‌ها و پیچیدگی و حجم بالای محاسبات امکان کنترل مستقل هر عامل وجود ندارد لذا هر عامل با دریافت اطلاعات از عامل‌های مجاور خود سیگنال کنترل خود را می‌سازد. هواپیماهای بدون سرنشین [2]، وسائل نقلیه خودکار [3]، روبات‌های امدادگر و مین‌یاب [4]، و نوسانگرهای توزیع شده [5] از جمله سیستم‌های چندعاملی است که می‌توان به آن‌ها اشاره کرد. با توجه به نوع گرایش محققان به سیستم‌های کنترل جمعی اهداف متفاوتی همچون اجماع (consensus) [5]، شکل‌پذیری (formation) [4]، حرکت گروهی (flocking) [6] و غیره تعریف شده است. ایده‌ی اولیه سیستم‌های کنترل جمعی از حرکت گروهی پرندگان، زنبورهای عسل، مورچه‌ها، ماهی‌ها و غیره گرفته شده است [7]. سیستم عامل جمعی‌ای که در آن عامل‌ها با رعایت سه شرط زیر در کنار یکدیگر حرکت کنند را حرکت گروهی گویند [8]:

الف) حرکت نزدیک به هم

ب) سرعت یکسان

ج) عدم برخورد با یکدیگر

Olfati در [8] و Su و همکارانش در [9] با ارائه الگوریتم‌هایی این سه خاصیت را برآورده کرده‌اند. تمامی روش‌های ارائه شده در

حرکت گروهی زمان محدود عامل‌ها مورد بررسی قرار می‌گیرد و در بخش ۴ با ارائه شبیه‌سازی صحت عملکرد الگوریتم ارائه شده نشان داده می‌شود.

## ۲- مقدمات ریاضی

$N$  عامل با دینامیک زیر که در فضای اقلیدسی  $n$  بعدی حرکت می‌کنند را در نظر بگیرید.

$$\begin{cases} \dot{x}_i = v_i \\ \dot{v}_i = u_i \end{cases} \quad i=1,2,\dots,N \quad (1)$$

که در آن  $x_i, v_i \in R^n$  موقعیت و سرعت عامل‌ها و  $u_i \in R^n$  شتاب حرکت و به عبارت دیگر قانون کنترلی می‌باشد. به شکل برداری موقعیت و سرعت و شتاب عامل‌ها را به شکل زیر نشان می‌دهیم.

$$\begin{aligned} x &= [x_1^T \ x_2^T \ \dots \ x_N^T]^T \\ v &= [v_1^T \ v_2^T \ \dots \ v_N^T]^T \\ u &= [u_1^T \ u_2^T \ \dots \ u_N^T]^T \end{aligned} \quad (2)$$

قدرت انتقال اطلاعات بین عامل‌ها بستگی به فاصله عامل‌ها دارد. به حداکثر فاصله بین عامل‌ها که می‌توانند با یکدیگر تبادل داده کنند شعاع همسایگی گوئیم و عامل‌های همسایه عامل  $i$  ام به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$N_i(t) = \{j : \|x_i - x_j\| < r, j=1,2,\dots,N, j \neq i\} \quad (3)$$

که در آن  $\|\cdot\|$  نرم اقلیدسی مرتبه ۲ است.

شبکه  $G=(V,E,A)$  از مجموعه گره  $V=\{v_1,v_2,\dots,v_N\}$  و مجموعه لبه  $E \subseteq V \times V$  و ماتریس همسایگی  $A$  تشکیل شده است. هر لبه  $e_k$  با یک زوج گره  $(v_i,v_j)$  تعریف می‌شود.

ماتریس  $A=[a_{ij}] \in R^{N \times N}$  قدرت انتقال اطلاعات بین عامل‌ها را نشان می‌دهد به طوریکه اگر  $(v_j,v_i) \in E$  باشد  $a_{ij} \neq 0$

خواهد بود. اگر شبکه بدون جهت باشد ماتریس  $A$  متقارن خواهد بود. ضمناً  $a_{ii}=0$  است. با توجه به اینکه همسایگی را فقط بر اساس فاصله بین عامل‌ها تعریف کرده‌ایم در این مقاله

ماتریس  $A$  متقارن و شبکه بدون جهت است. به دنباله‌ای از لبه‌ها از گره  $i$  تا گره  $j$  مسیر گفته می‌شود. اگر بین هر دو گره دلخواه از شبکه حداقل یک مسیر وجود داشته باشد به آن متصل

گوئیم (connected).  $L=\Delta A-A$  را ماتریس لاپلاسین گوئیم که در آن  $\Delta A$  ماتریسی قطری است و  $i$  امین المان قطری آن

برابر است با  $\sum_{j=1}^n a_{ij}$ . اگر مقادیر ویژه ماتریس لاپلاسین را با

$\lambda_1$  تا  $\lambda_n$  به ترتیب غیر نزولی نشان دهیم  $\lambda_1=0$  و بردار ویژه متناظر با آن  $(1,1,\dots,1)^T$  خواهد بود. ضمناً شرط لازم و کافی

برای متصل بودن شبکه آنست که  $\lambda_2 > 0$  باشد [8].

با توجه به اینکه هدف ارائه الگوریتمی جهت حرکت گروهی زمان محدود است قبل از ورود به بحث اصلی دو تعریف و یک لم در مورد کنترل زمان محدود ارائه می‌شود.

## تعریف ۱ [10]. سیستم مرتبه $n$

$$\dot{x} = f(x), x=(x_1, x_2, \dots, x_n) \in R^n \quad (4)$$

که در آن  $f:U_0 \rightarrow R^n$  تابعی برداری پیوسته می‌باشد و  $U_0$  یک همسایگی باز در اطراف  $x=0$  است در نظر بگیرید. نقطه تعادل  $x=0$  از سیستم (۱) پایدار محلی زمان محدود خوانده می‌شود اگر شرایط زیر برقرار باشد.

الف) سیستم در همسایگی  $\tilde{U}_0$  پایدار مجانبی باشد که  $\tilde{U}_0 \subseteq U_0$

ب) زمان محدود  $T(x_0)$  وجود داشته باشد به طوریکه  $x(t, x_0)=0 \quad \forall t \geq T(x_0)$  و  $\lim_{t \rightarrow T(x_0)} x(t, x_0)=0$

## تعریف ۲ [13]. تابع برداری پیوسته

$f(x)=(f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x))$  را هموژن از مرتبه  $k \in R$  با تاخیر  $(r_1, r_2, \dots, r_n)$  گوئیم اگر برای هر  $\varepsilon > 0$  داشته باشیم  $f_i(\varepsilon^{r_1} x_1, \varepsilon^{r_2} x_2, \dots, \varepsilon^{r_n} x_n) = \varepsilon^{k+r_i} f_i(x), i=1,2,\dots,n$  و سیستم (۱) را هموژن گوئیم اگر  $f(x)$  هموژن باشد. علاوه بر آن

سیستم

$$\dot{x} = f(x) + \tilde{f}(x), \tilde{f}(0)=0, x \in R^n \quad (5)$$

هموژن محلی از مرتبه  $k \in R$  با تاخیر  $(r_1, r_2, \dots, r_n)$  گوئیم اگر  $f(x)$  هموژن از مرتبه  $k \in R$  با تاخیر  $(r_1, r_2, \dots, r_n)$  باشد و بردار پیوسته  $\tilde{f}(x)$  در رابطه زیر صدق کند.

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\tilde{f}_i(\varepsilon^{r_1} x_1, \varepsilon^{r_2} x_2, \dots, \varepsilon^{r_n} x_n)}{\varepsilon^{k+r_i}} = 0 \quad (6)$$

$\forall x \neq 0, i=1,2,\dots,n$

لم ۱ [13]. فرض کنید سیستم (۱) هموژن از مرتبه  $k \in R$  با

تاخیر  $(r_1, r_2, \dots, r_n)$  تابع  $f(x)$  پیوسته و در  $x=0$  پایدار مجانبی است. اگر مرتبه هموژنیتی  $k < 0$  باشد نقطه تعادل سیستم (۱) پایدار زمان محدود است و اگر رابطه (۳) برقرار باشد سیستم (۲) پایدار محلی زمان محدود خواهد بود.

سیگنال کنترل ارائه شده در این مقاله از ۵ بخش تشکیل شده است.

$$u_i = f_i^a + f_i^b + f_i^c + f_i^d + f_i^e \quad (7)$$

وظیفه بخش،  $f_i^a$ ، جلوگیری از برخورد عامل‌ها و همچنین مقاومت در مقابل از دست رفتن اتصال شبکه است. این کار توسط گرادیان دو تابع پتانسیل که از مراجع [9, 16] گرفته شده و به شکل زیر تعریف شده انجام می‌شود.

موقعیت و سرعت عامل‌ها به موقعیت و سرعت رهبر را دارا می‌باشند. به طوریکه عامل‌ها بتوانند موقعیت و سرعت رهبر را ردیابی (track) کنند.

$$f_i^d = -c_1 b_i \text{sig}^{\alpha_1}(x_i - x_0) \quad (20)$$

$$f_i^e = -c_2 b_i \text{sig}^{\alpha_2}(v_i - v_0) \quad (21)$$

در روابط (20) و (21)  $b_i = 1$  است اگر عامل  $i$  ام مستقیماً به موقعیت و سرعت رهبر دسترسی باشد که اصطلاحاً به آن عامل آگاه گویند (informed agent) و برای بقیه عامل‌ها این مقدار صفر است. همچنین  $c_1 > 0$  و  $c_2 > 0$  پارامترهای کنترلی جهت وزن دادن به ردیابی است.

دینامیک حرکتی رهبر به شکل زیر تعریف می‌شود.

$$\begin{cases} \dot{x}_0 = v_0 \\ \dot{v}_0 = 0 \end{cases} \quad (22)$$

**فرض ۱.** با توجه به شرط متصل بودن عامل‌ها و اینکه حداقل یک عامل مستقیماً از موقعیت و سرعت رهبر اطلاع دارد، کلیه عامل‌ها مستقیم یا غیر مستقیم نسبت به رهبر مطلع هستند.

### ۳- حرکت گروهی زمان محدود عامل‌ها

در این بخش نشان خواهیم داد موقعیت و سرعت عامل‌ها با دینامیک سیستم (۱) تحت سیگنال کنترل (۷) به موقعیت و سرعت یکدیگر و موقعیت و سرعت رهبر با دینامیک (۲۲) همگرا می‌شوند و در این حرکت علاوه بر اینکه اتصال شبکه را حفظ می‌کنند با یکدیگر برخورد نمی‌کنند.

قبل از بیان قضیه و اثبات آن یک تابع انرژی به شکل زیر تعریف می‌کنیم.

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 \quad (23)$$

و با تعریف  $\tilde{x}_i = x_i - x_0$  و  $\tilde{v}_i = v_i - v_0$  اجزاء تابع انرژی اینگونه تعریف می‌شوند.

$$V_1 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \tilde{v}_i^2 \quad (24)$$

$$V_2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \int_0^{\tilde{x}_i - \tilde{x}_j} a_{ij} \text{sig}^{\alpha_1}(s) ds \quad (25)$$

$$V_3 = c_1 \sum_{i=1}^n \int_0^{\tilde{x}_i} b_i \text{sig}^{\alpha_1}(s) ds \quad (26)$$

$$V_4 = \psi(\|x_{ij}\|_{\sigma}) \quad (27)$$

همچنین سیستم (۱) به فرم زیر تبدیل می‌شود.

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_i = \tilde{v}_i \\ \dot{\tilde{v}}_i = u_i \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (28)$$

$$\psi(\|x_{ij}\|_{\sigma}) = \psi_1(\|x_{ij}\|_{\sigma}) + \psi_2(\|x_{ij}\|_{\sigma}) \quad (8)$$

که در آن  $x_{ij} = x_i - x_j$  است و نرم  $\sigma$  با پارامتر  $\varepsilon$  به شکل زیر تعریف می‌شود.

$$\|z\|_{\sigma} = \frac{1}{\varepsilon} [\sqrt{1 + \varepsilon \|z\|^2} - 1] \quad (9)$$

با این مزیت نسبت به نرم اقلیدسی که در صفر دارای مشتق است [9].  $\psi_1(z)$  وظیفه مقاومت در مقابل از دست رفتن اتصال را برعهده دارد.

$$\psi_1(z) = a_{ij} \frac{z^2}{r_{\alpha} - z + r_{\alpha} Q^{-1}} \quad (10)$$

که در آن  $Q > V_{\max}$  است و بیشترین مقدار تابع انرژی  $V$  است که بعداً تعریف می‌شود. ضمناً  $r_{\alpha} = \|r\|_{\sigma}$  همچنین  $\psi_2(z)$  از برخورد عامل‌ها جلوگیری می‌کند.

$$\psi_2(z) = \int_{d_{\alpha}}^z \phi_{\alpha}(s) ds \quad (11)$$

$$\phi_{\alpha}(z) = a \rho_h \left( \frac{z}{r_{\alpha}} \right) \phi(z - d_{\alpha}) \quad (12)$$

$$\phi(z) = \frac{z}{\sqrt{1 + z^2}} \quad (13)$$

$$\rho_h(z) = \begin{cases} 1 & \text{if } z \in [0, h) \\ 0.5(1 + \cos(\pi \frac{z-h}{1-h})) & \text{if } z \in [h, 1] \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (14)$$

که  $a > 0$ ،  $d_{\alpha} = \|d\|_{\sigma}$ ،  $0 < d < r$  و  $h \in (0, 1)$  پارامترهای قابل تنظیم می‌باشند. بدین ترتیب

$$f_i^a = - \sum_{j \in N_i} \nabla_{x_j} \psi(\|x_{ij}\|_{\sigma}) \quad (15)$$

بخش دوم و سوم از (۷)  $f_i^b$  و  $f_i^c$  به شکل زیر تعریف می‌شوند و به ترتیب وظیفه نزدیک کردن موقعیت و سرعت عامل‌ها به یکدیگر را برعهده دارند.

$$f_i^b = - \sum_{j \in N_i} a_{ij} \text{sig}^{\alpha_1}(x_i - x_j) \quad (16)$$

$$f_i^c = - \sum_{j \in N_i} a_{ij} \text{sig}^{\alpha_2}(v_i - v_j) \quad (17)$$

تابع sig به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\text{sig}^{\alpha}(x) = \text{sign}(x)|x|^{\alpha} \quad (18)$$

ضمناً  $0 < \alpha_1 < 1$  قابل تنظیم و  $\alpha_2 = \frac{2\alpha_1}{\alpha_1 + 1}$  است. المان‌های

ماتریس همسایگی  $A = [a_{ij}]$  به شکل زیر تعریف می‌شوند.

$$a_{ij} = \begin{cases} 0 & i = j \\ \rho_h \left( \frac{\|x_{ij}\|_{\sigma}}{r_{\alpha}} \right) & i \neq j \end{cases} \quad (19)$$

در آخر، بخش چهار و پنج معادله (۷) وظیفه نزدیک کردن

قضیه ۱.  $N$  عامل با دینامیک سیستم (۱) تحت سیگنال کنترل (۷) و دینامیک رهبر (۲۲) و با انرژی اولیه  $V_0 = V(x(0), v(0))$  در زمان محدود حرکت گروهی خواهند داشت. یعنی الف) سرعت عامل‌ها در زمان محدود به سرعت رهبر همگرا می‌شود.

$$\lim_{t \rightarrow T_0} (v_i - v_0) \rightarrow 0, v_i - v_0 = 0, \forall t \geq T_0 \quad (29)$$

ب) حداکثر فاصله عامل‌های آگاه با رهبر از مقدار  $(\alpha_1 + 1) \sqrt{V_0 (\alpha_1 + 1)} c_1^{-1}$  کمتر خواهد بود

ج) اتصال شبکه در حین حرکت برقرار می‌ماند.

د) در صورتیکه  $V_0 < \psi_2(0)$  باشد عامل‌ها با یکدیگر برخورد نخواهند کرد.

اثبات. الف) با در نظر گرفتن  $V$  به عنوان کاندید تابع لیاپانوف و با توجه به اینکه اضافه شدن عبارت  $f_i^a$  به سیگنال کنترل سیستم (۸) در [13] این سیستم همچنان هموزن از مرتبه  $k = \alpha_1 - 1$  با تاخیر  $(\underbrace{2, 2, \dots, 2}_n, \underbrace{1 + \alpha_1, 1 + \alpha_1, \dots, 1 + \alpha_1}_n)$  باقی خواهد ماند لذا ادامه اثبات الف کاملاً شبیه اثبات قضیه (۱) مقاله [13] خواهد بود.

ب) با توجه به نزولی بودن  $V$  برای تمام زمان‌ها  $V(t) < V_0$  خواهد بود لذا  $V_3 = c_1 \sum_{i=1}^n \int_0^{\tilde{x}_i} b_i \text{sig}^{\alpha_1}(s) ds < V_0$  می‌باشد و در

$$\text{نتیجه} \quad c_1 \sum_{i=1}^n b_i \frac{|\tilde{x}_i|^{\alpha_1+1}}{\alpha_1+1} < V_0 \quad \text{پس می‌توان گفت فاصله بین}$$

رهبر و تمام عامل‌های آگاه از مقدار  $(\alpha_1 + 1) \sqrt{V_0 (\alpha_1 + 1)} c_1^{-1}$  کمتر خواهد بود.

ج) با توجه به نزولی بودن  $V$  برای تمام زمان‌ها  $V(t) < V_0 < V_{\max}$  خواهد بود. از تعریف  $\psi_2(\|x_{ij}\|_\sigma)$  داریم  $\psi_2(r_s) = Q > V_{\max} > V_0$  [16] می‌باشد لذا از ادامه اثبات صرف‌نظر می‌کنیم.

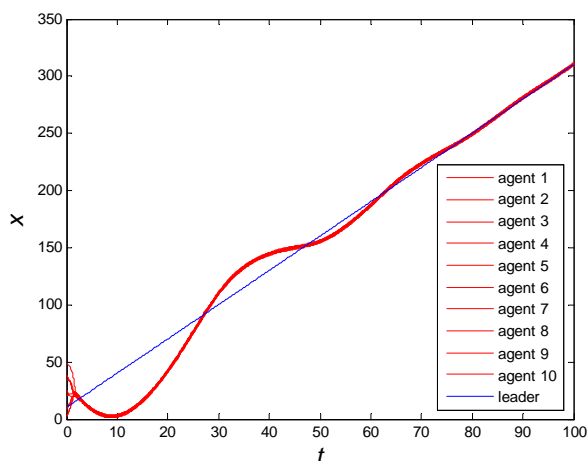
د) برای اثبات این بند شبیه بند III قضیه (۱) از مقاله [9] از برهان خلف استفاده می‌کنیم. اگر در زمان  $t^* > 0$  برخوردی بین دو عامل اتفاق بیافتد مقدار تابع پتانسیل حداقل مقدار  $\psi_2(0)$  را پیدا می‌کند پس  $V_0 \geq V(t^*) \geq \psi_2(0)$  که این خلاف فرض قسمت (د) است.

در اینجا اثبات تمام می‌شود.

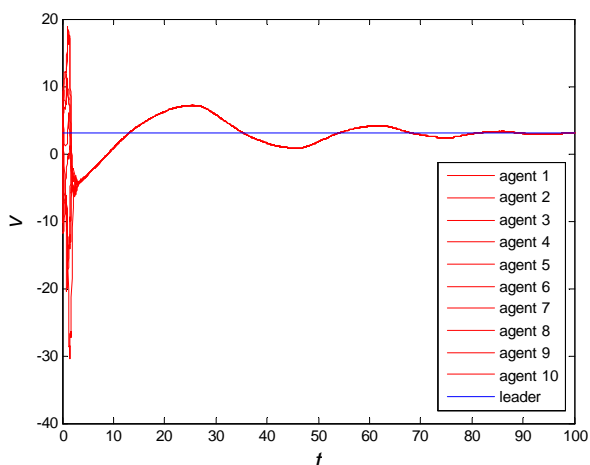
#### ۴- شبیه‌سازی

در این قسمت با شبیه‌سازی عددی صحت موارد ادعا شده را

نشان می‌دهیم. تعداد ۱۰ عامل دو بعدی در نظر می‌گیریم. موقعیت و سرعت اولیه عامل‌ها به صورت تصادفی و به ترتیب در محدوده  $[0, 70] \times [0, 70]$  و  $[0, 4] \times [0, 4]$  به گونه‌ای انتخاب می‌شود که گراف اولیه متصل باشد. موقعیت و سرعت اولیه رهبر  $[10, 10]$  و  $[3, 3]$  می‌باشد. همچنین  $r = 20$ ,  $d = 10$ ,  $h = 0.9$ ,  $\varepsilon = 0.1$ ,  $a = 120$  و  $Q = 2000r\alpha^2$  در نظر می‌گیریم. ضمناً  $\alpha_1 = 0.5$  که در نتیجه  $\alpha_2 = 1/3$  خواهد شد. فقط عامل اول را آگاه فرض می‌کنیم. شکل‌های ۱ تا ۴ نتایج شبیه‌سازی را نشان می‌دهد. شکل‌های ۱ و ۲ به ترتیب همگرایی بعد اول موقعیت و سرعت عامل‌ها را به موقعیت و سرعت یکدیگر و به موقعیت و سرعت رهبر نشان می‌دهد.



شکل ۱: همگرایی موقعیت عامل‌ها به یکدیگر و به رهبر.

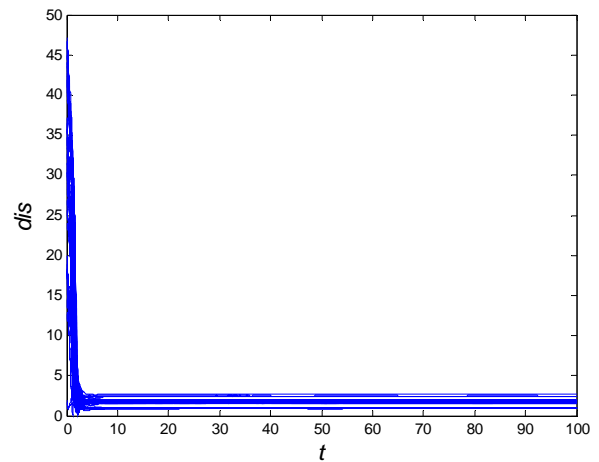


شکل ۲: همگرایی سرعت عامل‌ها به یکدیگر و به رهبر.

شکل ۳ فاصله عامل‌ها از یکدیگر را نشان می‌دهد. که در آن  $dis = \|x_i - x_j\|$   $i = 1 \dots n, j = i \dots n$  می‌باشد. همانطور که در شکل مشخص است در هیچ زمانی فاصله بین هیچ دو عاملی

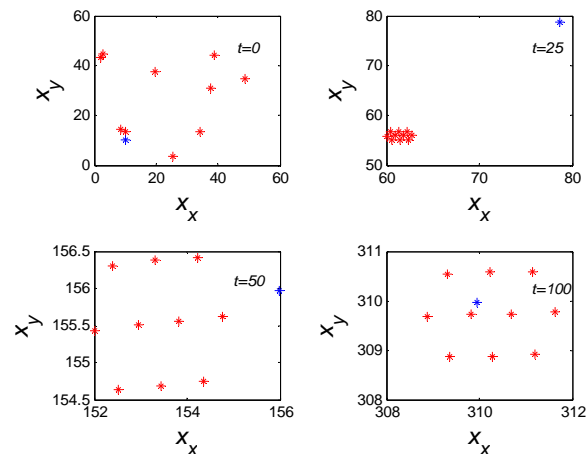
- "Novel type of phase transition in a system of self-driven particles," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 25, no. 6, pp. 1226-1229, 1995.
- [2] U. Zengin and A. Dogan, "Cooperative target pursuit by multiple UAVs in an adversarial environment," *Rob. Auton. Syst.*, vol. 59, no. 12, pp. 1049-1059, 2011.
- [3] J. R. T. Lawton, R. W. Beard, and B. J. Young, "A decentralized approach to formation maneuvers," *IEEE Trans. Robot. Autom.*, vol. 19, no. 6, pp. 933-941, 2003.
- [4] T. Balch and R. C. Arkin, "Behavior-based formation control for multirobot teams," *IEEE Trans. Robot. Autom.*, vol. 14, no. 6, pp. 926-939, 1998.
- [5] H. Jiang, Q. Bi, and S. Zheng, "Impulsive consensus in directed networks of identical nonlinear oscillators with switching topologies," *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul.*, vol. 17, no. 1, pp. 378-387, 2012.
- [6] H. Pei, S. Chen, and Q. Lai, "A local flocking algorithm of multi-agent dynamic systems," *Int. J. Control*, vol. 88, no. 11, pp. 2242-2249, 2015.
- [7] J. Toner, "Flocks, herds, and schools: A quantitative theory of flocking," *Phys. Rev. E*, vol. 58, no. 4, pp. 4828-4858, 1998.
- [8] R. Olfati-saber, "Flocking for multi-agent dynamic systems: algorithms and theory," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 51, no. 3, pp. 401-420, 2006.
- [9] H. Su, X. Wang, and Z. Lin, "Flocking of multi-agents with a virtual leader," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 54, no. 2, pp. 293-307, 2009.
- [10] S.P. Bhat and D.S. Bernstein, "Finite-time stability of continuous autonomous systems," *SIAM J. Control Optim.*, vol. 38, no. 3, pp. 751-766, 2000.
- [11] S.P. Bhat and D.S. Bernstein, "Continuous finite-time stabilization of the translational and rotational double integrators," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 43, no. 5, pp. 678-682, 1998.
- [12] Y. Hong, J. Huang, and Y. Xu, "On an output feedback finite-time Stabilization problem," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 46, no. 2, pp. 305-309, 2001.
- [13] Z. Guan, F. Sun, Y. Wang, and T. Li, "Finite-time consensus for leader-following second-order multi-agent networks," *IEEE Trans. Circuits Syst.*, vol. 59, no. 11, pp. 2646-2654, 2012.
- [14] D. Meng, Y. Jia, and J. Du, "Nonlinear finite-time bipartite consensus protocol for multi-agent systems associated with signed graphs," *Int. J. Control*, vol. 88, no. 10, pp. 2074-2085, Jun. 2015.
- [15] S. Li and X. Wang, "Finite-time consensus and collision avoidance control algorithms for multiple AUVs," *Automatica*, vol. 49, no. 11, pp. 3359-3367, Nov. 2013.
- [16] H. Su, X. Wang, and G. Chen, "Rendezvous of multiple mobile agents with preserved network connectivity," *Syst. Control Lett.*, vol. 59, no. 5, pp. 313-322, 2010.

صفر نشده است. کمترین فاصله بین دو عامل مقدار 0.1074 می‌باشد.



شکل ۳: فاصله عامل‌ها از یکدیگر.

در شکل ۴ موقعیت عامل‌ها را در فضای دو بعدی در ۴ زمان نشان داده‌ایم که به خوبی همگرایی عامل‌ها به یکدیگر و به رهبر را نشان می‌دهد.



شکل ۴: موقعیت عامل‌ها در فضای دو بعدی.

## ۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله حرکت گروهی عامل‌ها در زمان محدود مورد بررسی قرار گرفت. سیگنال کنترل ارائه شده در این مقاله به گونه‌ای است که هر عامل تحت تاثیر این سیگنال در حرکت خود در عین اینکه موقعیت و سرعت خود را به عامل‌های مجاور و رهبر نزدیک می‌کند برخوردی با هیچ عاملی ندارد. ضمناً تحت تاثیر این قانون کنترلی اتصال شبکه حفظ می‌شود و در هیچ زمانی اتصال شبکه از بین نمی‌رود.

## مراجع

- [1] T. Vicsek, A. Czirok, E. Ben-Jacob, I. Cohen, and O. Shochet,