

بهبود مدل پاندول معکوس تک جرمه برای طراحی مسیر بلادرنگ ربات‌های دوپا

مصطفی اسلامی^۱، عقیل یوسفی کما^۲، مجید خدیو^۳

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد دانشکده مکانیک، دانشگاه تهران، m.eslami.v@ut.ac.ir

^۲ هیئت علمی دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، aykoma@ut.ac.ir

^۳ دانشجوی دکتری دانشکده مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه‌نصیرالدین طوسی، mkhadiv@mail.kntu.ac.ir

چکیده- هدف از این مقاله، بهبود مدل پاندول معکوس تک‌جرمه برای طراحی مسیر بلادرنگ برای ربات دوپای صفحه‌ای است. در این راستا، یک مدل پاندول معکوس سه‌جرمه به جای مدل تک‌جرمه برای تخمین بهتر نقطه گشتاور صفر^۱ به کار گرفته می‌شود. برای نشان دادن کارایی مدل پیشنهادی، برای ربات در فضای کاری متشکل از میخ‌ها و مرکزجرم، طراحی مسیر شده و با استفاده از سینماتیک معکوس، مسیرها به فضای مفصلی نگاشت داده می‌شوند. در نهایت، با استفاده از مسیرهای به دست آمده در فضای مفصلی، موقعیت دقیق نقطه گشتاور صفر محاسبه شده و با مقادیر به دست آمده از مدل تک‌جرمه و سه‌جرمه مقایسه می‌شود. نتایج به دست آمده از شبیه‌سازی حرکت ربات، نشان از بهبود تخمین دینامیک ربات با استفاده از مدل پاندول معکوس سه‌جرمه نسبت به مدل تک‌جرمه دارد. کلید واژه- ربات انسان‌نما، طراحی مسیر بلادرنگ، مدل پاندول معکوس

۱- مقدمه

استفاده از ماشین و ربات برای بهبود زندگی بشر همواره از موضوعات تحقیقاتی و علمی بوده است. برای استفاده از ربات‌ها در کنار انسان می‌بایست توانایی آنها را در دست‌ورپذیری و مطابقت با محیط افزایش داد. یکی از چالش‌های ربات‌های دو پا توانایی راه رفتن آنها و حفظ تعادل بر روی دو پا می‌باشد. دینامیک حرکت ربات‌های دو پا، غیر خطی بوده و حل تحلیلی معادلات و استفاده از آن در طراحی مسیر امکان‌پذیر نمی‌باشد. همچنین، استفاده از مدل دینامیکی کامل ربات در طراحی مسیر، حجم محاسبات بالایی را به دنبال خواهد داشت و این امر باعث می‌شود که تنها در طراحی مسیرهای خارج‌خط^۲ از مدل کامل ربات بتوان استفاده کرد.

انجام کارهای کنترلی روی ربات‌های دوپا، غالباً بر مبنای طراحی الگوهای راه رفتن و کنترل برخط^۳ این الگوها پایه‌گذاری می‌شود. با طراحی مسیر برای نقطه گشتاور صفر که در واقع نقطه ایست که در آن، برآیند نیروهای وارده از طرف زمین به پای ربات وارد می‌شود، به نحوی که مجموع ممان‌هایی که در صفحه افقی به کف پای ربات وارد می‌شود صفر باشد [۱]، مسیر نقطه گشتاور صفر مطلوب حاصل می‌شود و تا وقتی نقطه گشتاور صفر درون چندضلعی تکیه‌گاهی^۴ قرار دارد، ربات می‌تواند حرکت پایدار داشته باشد.

همانطور که اشاره شد، استفاده از مدل دینامیکی کامل ربات به دلیل حجم بالای محاسبات تنها در طراحی مسیر خارج‌خط مقدور می‌باشد. روش‌های بهینه برای بدست آوردن مسیر مرکز

جرم ربات برای داشتن حرکتی پایدار در مراجع [۲]، [۳] و [۴] ارائه شده است، اما به دلیل حجم محاسباتی بسیار بالا این روش‌ها تنها در طراحی مسیر خارج‌خط کاربرد دارند. از مشکلات طراحی مسیر خارج‌خط، حجم بالای اطلاعات ذخیره شده می‌باشد، چرا که می‌بایست برای هر تغییر طول گام و هر تغییر سرعت محاسبات به صورت خارج‌خط انجام شود و در حافظه ربات ذخیره شود که این امر با اختیاری فرض کردن طول گام و سرعت غیر ممکن می‌باشد و طراح ملزم می‌شود تا مسیرهای محدودی را در حافظه ربات ذخیره کند، که این خود از انعطاف ربات در گام نهادن می‌کاهد. برای رفع این مشکل از طراحی مسیر بلادرنگ استفاده می‌شود. در این روش بجای حل کامل دینامیک ربات از یک مدل دینامیکی ساده استفاده می‌شود. استفاده از یک مدل دینامیکی ساده، حجم محاسبات را کاهش می‌دهد و انعطاف ربات را در تغییر سرعت و تغییر طول گام افزایش می‌دهد. استفاده از طراحی مسیر بلادرنگ باعث می‌شود که ربات در مقابل تغییر شرایط محیطی و دستورهای متفاوت، مانورپذیری بهتری از خود نشان می‌دهد. اکثر تحقیقات انجام شده در زمینه طراحی مسیر بلادرنگ بر پایه استفاده از پاندول معکوس می‌باشد [۵]، [۶] و [۷]. الگوریتم‌های استفاده شده در طراحی مسیر بلادرنگ شامل حل تحلیلی [۸]، [۹]، حل عددی به کمک تقریب تفاضلی

¹ Zero Moment Point

² Offline

³ Online

⁴ Support Polygon

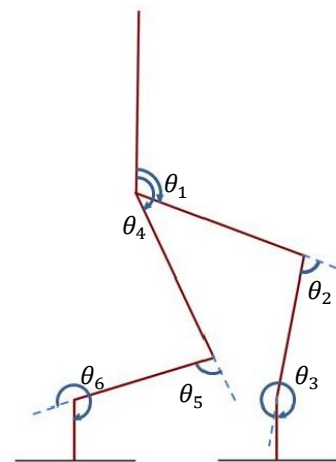
محدود^۵[۱۰]، روش پرتابی^{۱۱} و روشی بر پایه مدل کنترلی پیش‌بین^{۱۲} می‌باشند.

در این مقاله، مانند روش‌های اشاره شده، از مدل پاندول معکوس استفاده می‌شود، اما برای بهبود دقت و کارایی مدل در تخمین دینامیک حرکت ربات، یک مدل سه‌جرمه به جای مورد تک‌جرمه مورد استفاده قرار می‌گیرد.

مشکل اساسی در تغییر طول گام در هنگام حرکت ربات، به وجود آمدن شتاب‌های زیاد در حرکت بالاتنه و احتمال ناپایداری ربات است. برای رفع این مشکل در هر بار گام نهادن، طراحی مسیر برای سه گام پیاپی انجام می‌شود تا بتوان تاثیر تغییر طول گام را در یک بازه زمانی بزرگ تر پخش کرد. همچنین از یک نقطه کنترلی در طراحی نقطه گشتاور صفر استفاده می‌شود، که این نقطه با توجه به روابط پیوستگی مکان مرکز جرم و پیوستگی مسیر نقطه گشتاور صفر بدست می‌آید. بخش‌های بعدی این مقاله بدین شرح است: در بخش دوم، شکل کلی ربات، درجات آزادی و سینماتیک مستقیم و معکوس ربات به صورت خلاصه مورد بررسی قرار گرفته‌است. در بخش سوم، چگونگی طراحی مسیر در فضای کاری برای میچ و همچنین تولید مسیر مرکز جرم ربات در دو حالت پاندول معکوس تک‌جرمه و سه‌جرمه بررسی شده‌است. در بخش چهارم، نتایج مدل سازی ارائه بر روی آن‌ها بحث شده است. نهایتاً، در بخش پنجم نتیجه‌گیری و جمع‌بندی ارائه شده است.

۲- مدل سازی سینماتیکی

همانطور که در شکل ۱ دیده می‌شود، ربات مورد مطالعه، یک ربات با ۶ درجه آزادی فعال می‌باشد. مختصات تعمیم‌یافته لازم برای توضیف حرکت ربات در شکل مشخص شده است.



شکل ۱: شکل ساده ربات

همانطور که در شکل ۱ دیده می‌شود با داشتن زوایای مفصلی و حل سینماتیک مستقیم ربات، موقعیت مرکز جرم هر کدام از لینک‌ها و همچنین متغیرهای فضای کاری بدست می‌آیند.

$$\bar{X} = \bar{F}(\bar{\theta}) \quad (۱)$$

$$\bar{Z} = \bar{G}(\bar{\theta}) \quad (۲)$$

که در رابطه (۱) و (۲) \bar{X} و \bar{Z} فضای کاری و $\bar{\theta}$ فضای مفصلی می‌باشد.

همچنین با داشتن مختصات مرکز جرم و میچ پای ربات در هر لحظه، می‌توان با حل سینماتیک معکوس ربات زوایای مفصلی را بدست آورد. برای حل سینماتیک معکوس ربات، از روابط (۳) الی (۶) استفاده می‌شود:

$$X_G + l_1 \cos(\theta_1) + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) = X_R \quad (۳)$$

$$Z_G + l_1 \sin(\theta_1) + l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) = Z_R$$

$$X_G + l_1 \cos(\theta_4) + l_2 \cos(\theta_4 + \theta_5) = X_L \quad (۴)$$

$$Z_G + l_1 \sin(\theta_4) + l_2 \sin(\theta_4 + \theta_5) = Z_L$$

همچنین برای بدست آوردن زوایای θ_3 و θ_6 با فرض آن که پای ربات عمود بر زمین باقی می‌ماند و ارتفاع میچ نسبت به کف زمین برابر h_0 است، روابط (۵) و (۶) را خواهیم داشت:

$$l_3 \sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) = h_0 \quad (۵)$$

$$l_3 \sin(\theta_4 + \theta_5 + \theta_6) = h_0 \quad (۶)$$

کافیست دستگاه دو معادله و دو مجهول (۳) و (۴) را حل کرده تا بتوان تمامی زوایا را بدست آورد، حل این دستگاه دو معادله و دو مجهول به شکل زیر می‌باشد:

$$\theta_2 = \text{atan2}\left(\sqrt{1 - \left(\frac{P_1^2 + P_2^2 - l_1^2 - l_2^2}{2l_1l_2}\right)^2}, \left(\frac{P_1^2 + P_2^2 - l_1^2 - l_2^2}{2l_1l_2}\right)\right) \quad (۷)$$

$$\theta_1 = \text{atan2}\left(\sqrt{1 - \left(\frac{P_1(l_1 + l_2 \cos(\theta_2)) + P_2l_2 \sin(\theta_2)}{P_1^2 + P_2^2}\right)^2}, \left(\frac{P_1(l_1 + l_2 \cos(\theta_2)) + P_2l_2 \sin(\theta_2)}{P_1^2 + P_2^2}\right)\right) \quad (۸)$$

که در معادلات (۷) و (۸) :

$$P_1 = X_R - X_G \quad (۹)$$

$$P_2 = Z_R - Z_G \quad (۱۰)$$

دستگاه دو معادله و دو مجهول (۳) و (۴) دو جواب دارد، که در روابط (۷) و (۸) تنها جواب قابل قبول آورده شده‌است. در ادامه، با بدست آوردن زوایای θ_1 و θ_2 و استفاده از رابطه (۵) زاویه θ_3 نیز بدست می‌آید. به این ترتیب نگاشتی که فضای کاری را به فضای مفصلی تبدیل می‌کند بدست آمد.

^۶ Predictive Control

^۵ Finite Difference Approximation

۳- طراحی مسیر

در این بخش، هدف طراحی مسیر برای پای معلق و همچنین تولید مسیر مرکز جرم به کمک مدل پاندول معکوس، برای ایجاد حرکتی پایدار برای ربات می باشد. در این راستا، ابتدا برای مچ ها متناسب با سطحی که ربات بر روی آن راه می رود، طراحی مسیر می شود. سپس با استفاده از مدل پاندول معکوس و با استفاده از مسیر حرکت پایدار مطلوب نقطه گشتاور صفر، مسیر حرکت مرکز جرم استخراج می شود. سپس، مسیرهای به دست آمده در فضای کاری با استفاده از نگاشت سینماتیک معکوس توضیح داده شده در قسمت قبل به فضای مفصلی نگاشت داده می شوند. در نهایت، نقطه گشتاور صفر دقیق با استفاده از مسیرهای به دست آمده در فضای به دست می آید.

۳-۱- طراحی مسیر مچ پا

برای طراحی مسیر برای پای معلق، یه این نکته باید توجه داشت که پای معلق می بایست حرکتش متعلق به فضای C^2 باشد، به این معنی که نه تنها از رسته موقعیت، بلکه سرعت و شتاب حرکت پای معلق نیز می بایست پیوسته باشد. پیوستگی از مرتبه دو در فضای کاری نه تنها باعث پیوستگی در مسیر نقطه گشتاور صفر می شود، بلکه با به دست دادن مسیرهایی هموار باعث تعقیب خوب توسط موتورها در فضای مفصلی می شود. بنابراین، برای طراحی مسیر برای پای معلق در جهت X و در یک طول گام میبایست ۶ شرط مرزی زیر ارضا شوند:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{X}_S^j(t_j) = 0 \\ \dot{X}_S^j(t_{j+1}) = 0 \\ \ddot{X}_S^j(t_j) = 0 \\ \ddot{X}_S^j(t_{j+1}) = 0 \\ X_S^j(t_j) = X_S^{j-1}(t_j) \\ X_S^j(t_{j+1}) = X_S^{j+1}(t_{j+1}) \end{array} \right. \quad (11)$$

به منظور ارضا شدن شرایط مرزی (۱۱)، از یک چند جمله ای درجه ۵ استفاده می شود، بنابراین معادله مسیر پای معلق به شکل زیر می باشد:

$$X_S(t) = a_5 t^5 + a_4 t^4 + a_3 t^3 + a_2 t^2 + a_1 t + a_0 \quad (12)$$

که ضرایب معادله فوق به کمک شرایط مرزی ذکر شده بدست می آیند. برای طراحی مسیر پای معلق در جهت Z علاوه بر شرایط ذکر شده در بالا می بایست یک شرط دیگر که آن بیشترین ارتفاع پای معلق از زمین می باشد، نیز ارضا شود. به این ترتیب، برای مسیر پای معلق در جهت Z شرایط مرزی زیر را خواهیم داشت:

$$\left\{ \begin{array}{l} Z_S^j(t_j) = h_0 \\ Z_S^j(t_{j+1}) = h_0 \\ Z_S^j((t_{j+1} + t_j)/2) = h_{Max} \\ \dot{Z}_S^j(t_j) = 0 \\ \dot{Z}_S^j(t_{j+1}) = 0 \\ \ddot{Z}_S^j(t_j) = 0 \\ \ddot{Z}_S^j(t_{j+1}) = 0 \end{array} \right. \quad (13)$$

که در روابط (۱۳) h_0 ارتفاع اولیه مچ پا از زمین و h_{Max} بیشترین مقدار مجاز ارتفاع مچ از زمین می باشد. بنابراین، برای مسیر پای معلق در جهت Z از یک چند جمله ای درجه ۶ استفاده می شود. به این ترتیب معادله مسیر پای معلق در جهت Z به شکل زیر خواهد بود:

$$Z_S(t) = b_6 t^6 + b_5 t^5 + b_4 t^4 + b_3 t^3 + b_2 t^2 + b_1 t + b_0 \quad (14)$$

که ضرایب معادله (۱۴) با استفاده از شرایط مرزی معادله (۱۳) بدست می آیند.

۳-۲- طراحی مسیر مرکز جرم

فرض می شود که ربات بر روی یک سطح افقی و صاف در حال حرکت کردن است. در این قسمت، حرکت ربات در صفحه افقی در نظر گرفته می شود. فرض می شود که مسیر نقطه گشتاور صفر حرکت ربات به صورت یک تابع چند جمله ای باشد. رابطه نقطه گشتاور صفر طراحی شده برای J-امین بازه زمانی به شکل زیر تعریف می شود.

$$X_{zmp}^j = \sum_{i=0}^1 a_i^j (t - t_{j-1})^i \quad t_{j-1} \leq t \leq t_j \quad (15)$$

که در رابطه بالا ضرایب a_i^j ضرایب اسکالر می باشند. همانطور که در مقدمه توضیح داده شد، هدف حل معادله پاندول معکوس برای هر گام، بر اساس نقطه گشتاور صفر آن گام و دو گام بعدی ربات می باشد. در این قسمت ابتدا معادلات برای مدل پاندول معکوس تک جرمه استخراج می شود و سپس برای بهبود، یک مدل سه جرمه ارائه شده و معادلات برای آن حل می شود.

۳-۲-۱- مدل پاندول معکوس تک جرمه

همانطور که در شکل ۲ مشاهده می شود، رابطه (۱۶) معادله پاندول معکوس تک جرمه برای بازه J-ام را نشان می دهد.

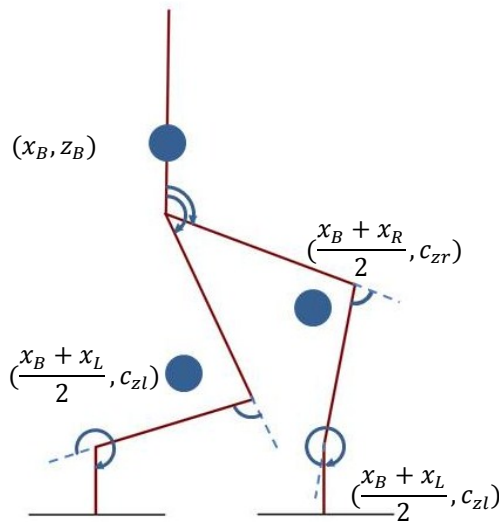
$$x_{zmp}^j = x_G^j - \frac{z_G^j - z_{zmp}^j}{g} \ddot{x}_G^j \quad (16)$$

$$t_n = (t_0 + t_1)/2 \quad (19)$$

با استفاده از ۱۸ رابطه فوق ضرایب معادله مرکز جرم و همچنین نقطه گشتاور صفر کنترلی بدست می آیند.

۳-۲-۱- مدل پاندول معکوس سه جرمه

در قسمت قبل، در حالت تک جرمه، از جرم پاها صرف نظر شد، در این مرحله جرم ربات بین پاها و بدن ربات تقسیم می شود، به این ترتیب یک پاندول معکوس سه جرمه خواهیم داشت. مدل ساده استفاده شده در شکل ۳ آمده است:



شکل ۳: مدل پاندول معکوس سه جرمه

در این قسمت از مدل سازی، تاثیر حرکت پاها را به معادلات اضافه می شود تا مدل دینامیکی به حالت دقیق خود نزدیک تر شود. به این ترتیب، مکان مرکز جرم بدن و پاها به شکل زیر تعریف می شوند:

$$\begin{aligned} & \text{مرکز جرم پای چپ ربات: } \left(\frac{x_B + x_R}{2}, c_{zr} \right) \\ & \text{مرکز جرم پای راست ربات: } \left(\frac{x_B + x_{RL}}{2}, c_{zl} \right) \\ & \text{مرکز جرم بالاتنه ربات: } (x_B, z_B) \end{aligned}$$

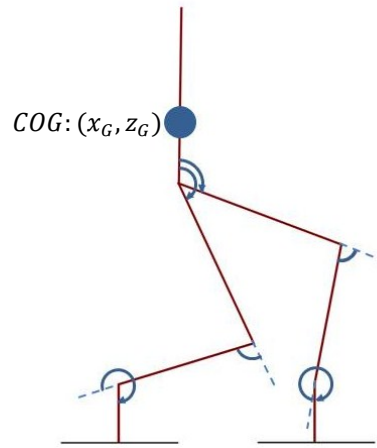
معادله مسیر مرکز جرم بر اساس نقطه گشتاور صفر طراحی شده، برای پاندول معکوس سه جرمه به شکل زیر می باشد:

$$X_{zmp} = \frac{m_B x_B + m_L \left(x_B + \frac{x_R}{2} + \frac{x_L}{2} \right)}{m_B z_B \ddot{x}_B + m_L c_{zr} \left(\frac{\ddot{x}_B + \ddot{x}_R}{2} \right) + m_L c_{zl} \left(\frac{\ddot{x}_B + \ddot{x}_{RL}}{2} \right)} \quad (20)$$

که در رابطه بالا m_B جرم بالاتنه ربات و m_L جرم پاها می باشد و همچنین M به شکل زیر تعریف می شود:

$$M = m_B + 2m_L \quad (21)$$

برای X_{zmp} مانند قبل از یک معادله درجه یک استفاده می شود، و طراحی مسیر ها برای پای چپ و راست نیز با حالت قبلی تفاوتی نخواهند داشت، بنابراین در این قسمت تنها معادله



شکل ۲: مدل پاندول معکوس تک جرمه

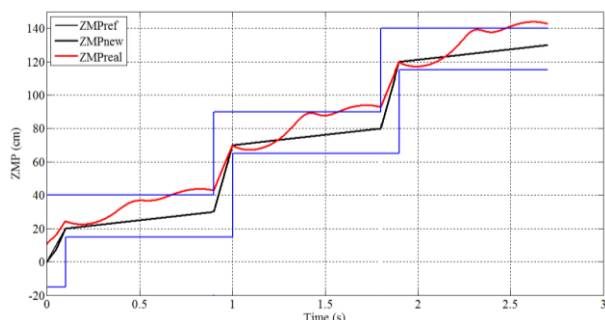
با فرض ثابت ماندن ارتفاع مرکز جرم و همچنین صفر بودن Z_{zmp} ، حل معادله (۱۶) در این بازه به شکل زیر می باشد:

$$x_G^j = V^j \exp(T(t - t_{j-1})) + W^j \exp(T(t - t_{j-1})) + b_1^j(t - t_{j-1}) + b_0^j \quad (17)$$

همانطور که دیده می شود، در هر بازه زمانی دو مجهول وجود دارد. همچنین برای کاهش تاثیر سرعت اولیه در تغییر طول گام، فرض شده است معادله نقطه گشتاور صفر در حالت اولیه مجهول باشد. بنابراین چهار مجهول که مربوط به نقطه گشتاور صفر می باشند نیز به معادلات اضافه می شوند و همچنین تعداد بازه هایی که معادلات را در آن حل می کنیم نیز به هفت افزایش می یابد، به این ترتیب برای حل معادله مرکز جرم توسط معادله پاندول معکوس ۱۸ مجهول وجود دارد که برای بدست آوردن آنها نیاز به ۱۸ معادله است، روابط مورد استفاده برای بدست آوردن ضرایب معادلات مرکز جرم و همچنین نقطه گشتاور صفر ایجاد شده، از روابط (۱۸) استفاده می شود.

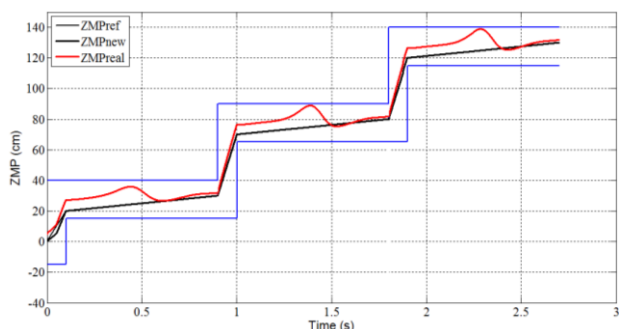
$$\left\{ \begin{aligned} x_{zmp}^n(t_0) &= x_{zmp}(0) \\ x_{zmp}^n(t_n) &= x_{zmp}^1(t_n) \\ x_{zmp}^1(t_1) &= x_{zmp}^2(t_1) \\ X_G^n(t_0) &= X_{G0} \\ X_G^6(t_6) &= X_{GF} \\ \dot{X}_G^n(t_0) &= \dot{X}_{G0} \\ X_G^n(t_n) &= X_G^1(t_n) \\ \dot{X}_G^n(t_n) &= \dot{X}_G^1(t_n) \\ X_G^i(t_i) &= X_G^{i+1}(t_i) \quad \text{for } i = 1 \dots 5 \\ \dot{X}_G^i(t_i) &= \dot{X}_G^{i+1}(t_i) \quad \text{for } i = 1 \dots 5 \end{aligned} \right. \quad (18)$$

در روابط (۱۸)، t_n لحظه ایست که در آن نقطه گشتاور صفر کنترلی محاسبه می شود و به شکل زیر تعریف می شود:



شکل ۴: نقطه گشتاور صفر مرجع و واقعی برای مدل پاندول معکوس تک جرمه

همچنین نتیجه مدل سازی بر اساس مدل پاندول معکوس سه جرمه در شکل ۵ آمده است.



شکل ۵: نقطه گشتاور صفر مرجع و واقعی برای مدل پاندول معکوس سه جرمه

همانطور که در شکل ۴ و ۵ دیده می شود، نقطه گشتاور صفر مطلوب تولید شده توسط الگوریتم ارائه شده، که با خط مشکی مشخص شده است، در ابتدا یک شکستگی دارد، که دلیل این شکستگی تغییر طول گام در این مرحله می باشد، اما در گام های بعدی که طول گام تغییر نمی کند این الگوریتم دقیقاً همان نقطه گشتاور صفر مرجع که در نمودار های بالا با خط چین مشخص شده است را نتیجه می دهد.

از مقایسه شکل های ۴ و ۵ با هم می توان دید که نقطه گشتاور صفر واقعی ربات که با خط قرمز مشخص شده است در مدل پاندول معکوس تک جرمه، از چند ضلعی تکیه گاهی خارج شده است که دلیل این امر صرف نظر کردن از دینامیک پاها می باشد، در واقع این مساله نشانگر اهمیت حرکت پاها در مدل دینامیکی ربات می باشد. اما در مدل پاندول معکوس سه جرمه، در طول مسیر نقطه گشتاور صفر واقعی ربات در داخل چند ضلعی پشتیبان باقی می ماند. این بدان معناست که مدل پاندول معکوس تک جرمه به دلیل تفاوت زیاد با مدل دینامیکی دقیق ربات در حرکات با سرعت ها و طول گام های بلند، ممکن است باعث ایجاد حرکاتی ناپایدار شود. به عبارت دیگر، با استفاده از یک مدل سه جرمه و دخیل کردن دینامیک حرکت

دیفرانسیل مرکز جرم ربات تغییر می کند. معادله دیفرانسیل جدید با در نظر گرفتن جرم پاها به شکل زیر می باشد:

$$\begin{aligned} & m_B z_B + \frac{m_L c_{Zr}}{2} + \frac{m_L c_{Zl}}{2} \ddot{x}_B - \frac{m_B + m_L}{M} x_B \\ & = \frac{\frac{m_L x_R}{2} + \frac{m_L x_L}{2}}{M} - \frac{\frac{m_L c_{Zr} \ddot{x}_R}{2} + \frac{m_L c_{Zl} \ddot{x}_L}{2}}{Mg} - X_{zmp} \end{aligned} \quad (22)$$

حل معادله فوق در بازه t_j - t_{j+1} به صورت (۲۳) خواهد بود:

$$\begin{aligned} X_G^j &= V^j \exp(T(t - t_{j-1})) + W^j \exp(T(t - t_{j-1})) \\ &+ b_5^j (t - t_{j-1})^5 + b_4^j (t - t_{j-1})^4 + b_3^j (t - t_{j-1})^3 \\ &+ b_2^j (t - t_{j-1})^2 + b_1^j (t - t_{j-1}) + b_0^j \end{aligned} \quad (23)$$

که در روابط بالا مقادیر b_i^j بر اساس معادلات حرکت پای راست و چپ بدست می آیند.

همانطور که در این قسمت نیز دیده می شود، مانند حالت تک جرمه، در این قسمت نیز ۱۸ مجهول وجود دارد که با شرایط مرزی (۱۸) بدست می آیند.

۴- نتایج

با داشتن مسیر مرکز جرم و همچنین مسیر مچ پا، سینماتیک معکوس ربات حل شده و زوایای مفصلی بدست می آیند. با داشتن زوایای مفصلی می توان مقدار نقطه گشتاور صفر واقعی را با نقطه گشتاور صفر طراحی شده مقایسه کرد. معادلات برای تغییر طول گام از ۳۰ سانتی متر به ۵۰ سانتی متر برای هر دو مدل تک جرمه و سه جرمه حل شده اند.

پارامترهای استفاده شده در شبیه سازی در جدول زیر آمده است:

جدول ۱: پارامترهای استفاده شده در مدل سازی

	جرم (kg)	طول (cm)
l_1	۱۳/۲	۳۶
l_2	۴/۵۶	۳۶
l_3	۶/۱	۳۶
Z_G	-	۶۰
c_{rz}	-	۳۶
c_{lz}	-	۳۶
h_0	-	۱۲
h_{Max}	-	۱۷
جرم کل ربات	۵۷/۱۷	-

همچنین در این شبیه سازی، مدت زمان حرکت پای معلق ۰/۸ ثانیه و طول زمان دو تکیه گاهی ربات ۰/۱ ثانیه در نظر گرفته شده است. نتیجه مدل سازی برای تغییر طول گام از ۳۰ سانتی متر به ۵۰ سانتی متر برای مدل پاندول معکوس تک جرمه در شکل ۴ آمده است.

۵- نتیجه گیری و جمع بندی

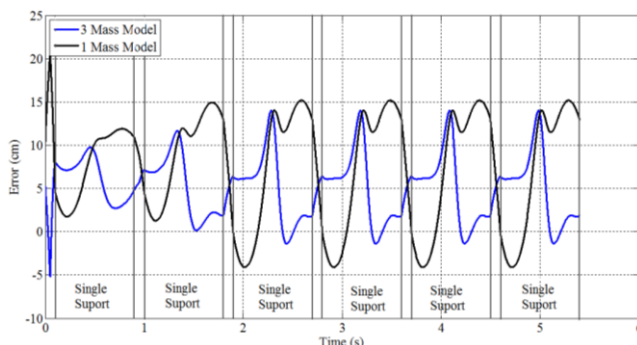
در این مقاله، دو مدل پاندول معکوس تک جرمه و سه جرمه در تخمین صحیح مدل دینامیکی ربات مورد بررسی قرار گرفت. شبیه سازی ها نشان داد که مدل سه جرمه به دلیل در نظر گرفتن دینامیک پای معلق خطای کمتری نسبت به مدل تک جرمه دارد، که این کاهش خطا در حالت دو تکیه گاهی بسیار چشم گیر بود. همچنین، نشان داده شد که برای تغییر طول گام از ۳۰ سانتی متر به ۵۰ سانتی متر، مدل تک جرمه در تولید مسیر در حالت تک تکیه گاهی ربات را ناپایدار کرد اما مدل سه جرمه باعث ایجاد حرکتی پایدار شد.

مراجع

- [1] M. Vukobratović and J. Stepanenko, "On the stability of anthropomorphic systems," *Mathematical biosciences*, vol. 15, pp. 1-37, 1972.
- [2] M. Khadiv, S. A. A. Moosavian, A. Yousefi-Koma, M. Sadedel, and S. Mansouri, "Optimal gait planning for humanoid with 3D structure walking on slippery surfaces," *Robotica*, pp. 1-19.
- [3] G. Bessonnet, S. Chesse, and P. Sardain, "Optimal gait synthesis of a seven-link planar biped," *The International journal of robotics research*, vol. 23, pp. 1059-1073, 2004.
- [4] T. Buschmann, S. Lohmeier, H. Ulbrich, and F. Pfeiffer, "Optimization based gait pattern generation for a biped robot," in *5th IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots*, 2005., 2005.
- [5] T. Sato, S. Sakaino, and K. Ohnishi, "Real-time walking trajectory generation method with three-mass models at constant body height for three-dimensional biped robots," *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, vol. 58, pp. 376-383, 2011.
- [6] J. H. Park and K. D. Kim, "Biped robot walking using gravity-compensated inverted pendulum mode and computed torque control," in *Robotics and Automation, 1998. Proceedings. 1998 IEEE International Conference on*, 1998, pp. 3528-3533.
- [7] T. Sato, S. Sakaino, E. Ohashi, and K. Ohnishi, "Walking trajectory planning on stairs using virtual slope for biped robots," *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, vol. 58, pp. 1385-1396, 2011.
- [8] K. Harada, S. Kajita, K. Kaneko, and H. Hirukawa, "An analytical method for real-time gait planning for humanoid robots," *International Journal of Humanoid Robotics*, vol. 3, pp. 1-19, 2006.
- [9] M. Morisawa, K. Harada, S. Kajita, K. Kaneko, F. Kanehiro, K. Fujiwara, et al., "A biped pattern generation allowing immediate modification of foot placement in real-time," in *Humanoid Robots, 2006 6th IEEE-RAS International Conference on*, 2006, pp. 581-586.
- [10] S. Kagami, T. Kitagawa, K. Nishiwaki, T. Sugihara, M. Inaba, and H. Inoue, "A fast dynamically equilibrated walking trajectory generation method of humanoid robot," *Autonomous Robots*, vol. 12, pp. 71-82, 2002.
- [11] T. Takenaka, T. Matsumoto, and T. Yoshiike, "Real time motion generation and control for biped robot-1 st report: Walking gait pattern generation," in *Intelligent Robots and Systems, 2009. IROS 2009. IEEE/RSJ International Conference on*, 2009, pp. 1084-1091.
- [12] S. Kajita, F. Kanehiro, K. Kaneko, K. Fujiwara, K. Harada, K. Yokoi, et al., "Biped walking pattern generation by using preview control of zero-moment point," in *Robotics and Automation, 2003. Proceedings. ICRA'03. IEEE International Conference on*, 2003, pp. 1620-1626.

پاها در طول طراحی مسیر، می توان از پایداری حرکت در مقایسه با مدل تک جرمه اطمینان بیشتری حاصل نمود. برای مقایسه میزان خطای این دو مدل، در شکل ۶ مقدار خطا که در واقع همان اختلاف نقطه گشتاور صفر واقعی و نقطه گشتاور صفر مرجع می باشد، ارائه شده است. در شکل، زمان های مربوط به حالت تک تکیه گاهی و دو تکیه گاهی با خط های عمودی از هم جدا شده است تا بتوان تفاوت تخمین دو مدل را در این دو حالت بررسی کرد.

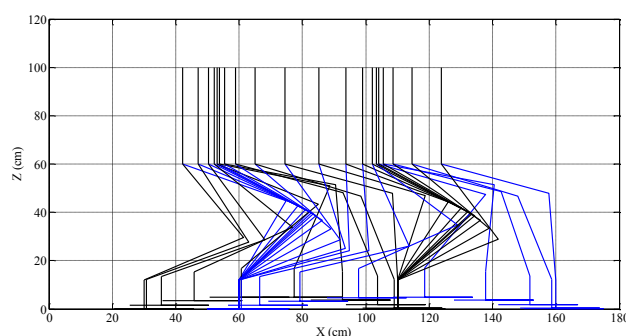
برای مقایسه میزان خطا در گام نهادن از مربع اختلاف مقدار نقطه گشتاور صفر طراحی شده و نقطه گشتاور صفر واقعی استفاده شده است و نتایج در شکل ۶ آورده شده است.



شکل ۶: نمودار میزان اختلاف نقطه گشتاور صفر واقعی و مرجع

همانطور که در شکل ۶ دیده می شود، میزان خطا در اکثر لحظه ها در مدل سه جرمه کمتر از مدل تک جرمه می باشد. میانگین مربعات خطا برای مدل تک جرمه در حالت دو تکیه گاهی برابر ۷۵/۱۱ و برای مدل سه جرمه ۳۵/۱۴ می باشد که می توان دید که در مدل سه جرمه خطا به شکل چشم گیری کاهش یافته است. همچنین برای حالت تک تکیه گاهی در مدل تک جرمه میانگین مربعات خطا برابر ۱۰۶/۹۴ و در مدل سه جرمه ۸۵/۴۳ می باشد که می توان دید در این قسمت نیز مدل سه جرمه دینامیک ربات را بهتر تخمین می زند.

در شکل ۷ گام نهادن ربات به صورت شماتیک آورده شده است که در این شکل پای مشکی پای راست و پای آبی پای چپ می باشد.



شکل ۷: حرکت شماتیک ربات

